Statystyka i modelowanie w naukach o środowisku

Wykład 3

Estymacja przedziałowa

Estymacja

- Estymacją nazywamy szacowanie wartości np. średniej, odchylenia standardowego, wariancji, frakcji dla całej zbiorowości na podstawie próby.
- Estymacja pozwala na uogólnienie zebranych wyników z próby na całą populację.

Estymacja punktowa

- średnia $$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

- wariancja $$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(x_j - \bar{x})^2$$

- frakcja (procent populacji, które spełnia zadany warunek) $$p = \frac{k}{n}$$

k - liczba zdarzeń sprzyjających
n - liczba wszystkich zdarzeń

Estymacja przedziałowa

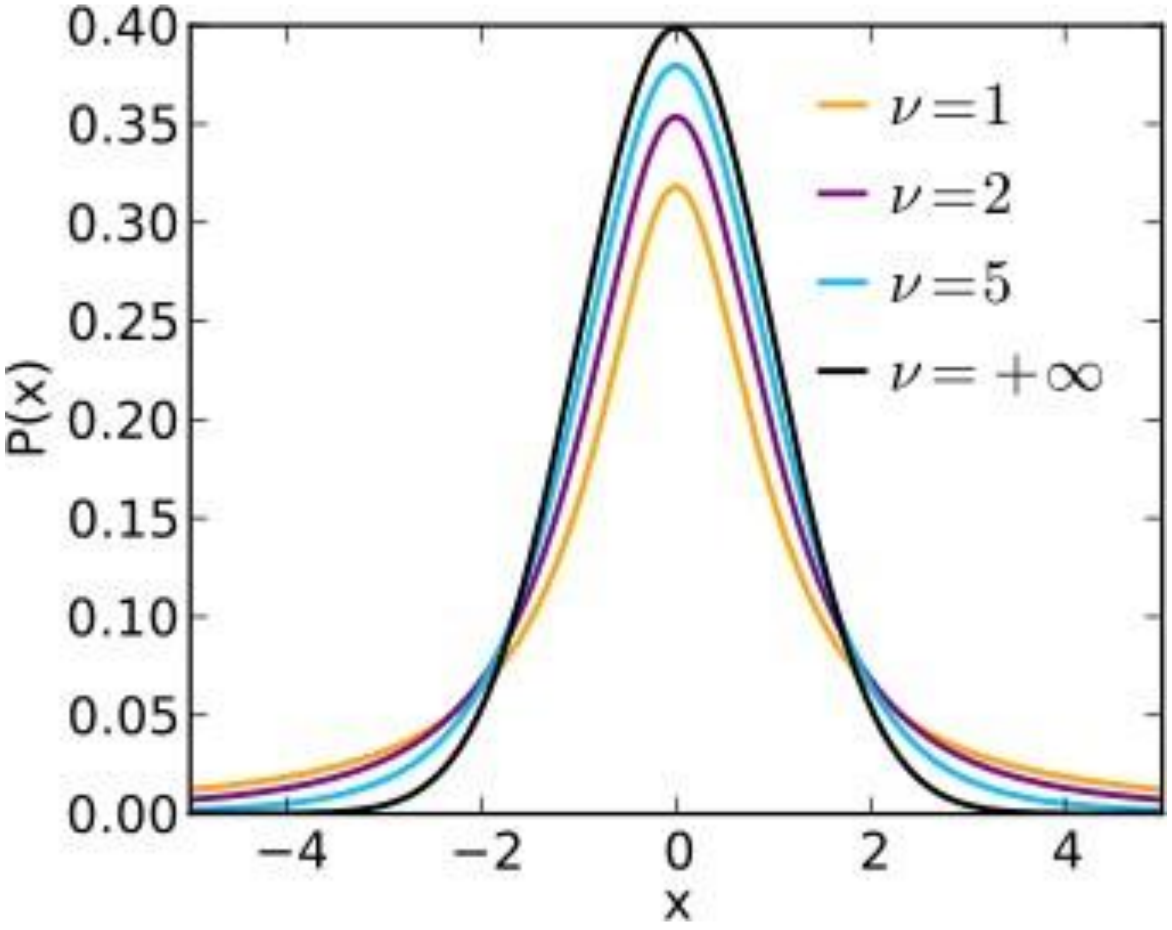
Przedział ufności dla danej miary statystycznej informuje że poszukiwana rzeczywista wartość mieści się w pewnym przedziale z założonym prawdopodobieństwem.

Przykład dla średniej:
badania na próbie dostarczają średnią wartość pewnej cechy, na jej podstawie można określić przedział ufności, w którym z założonym prawdopodobieństwem mieści się wartość średniej dla całej populacji

Przydatne rozkłady ciągłe

- rozkład t-Studenta
- rozkład chi kwadrat

Rozkład t-Studenta



http://en.wikipedia.org/wiki/Student%27s_t-distribution#mediaviewer/File:Student_t_pdf.svg

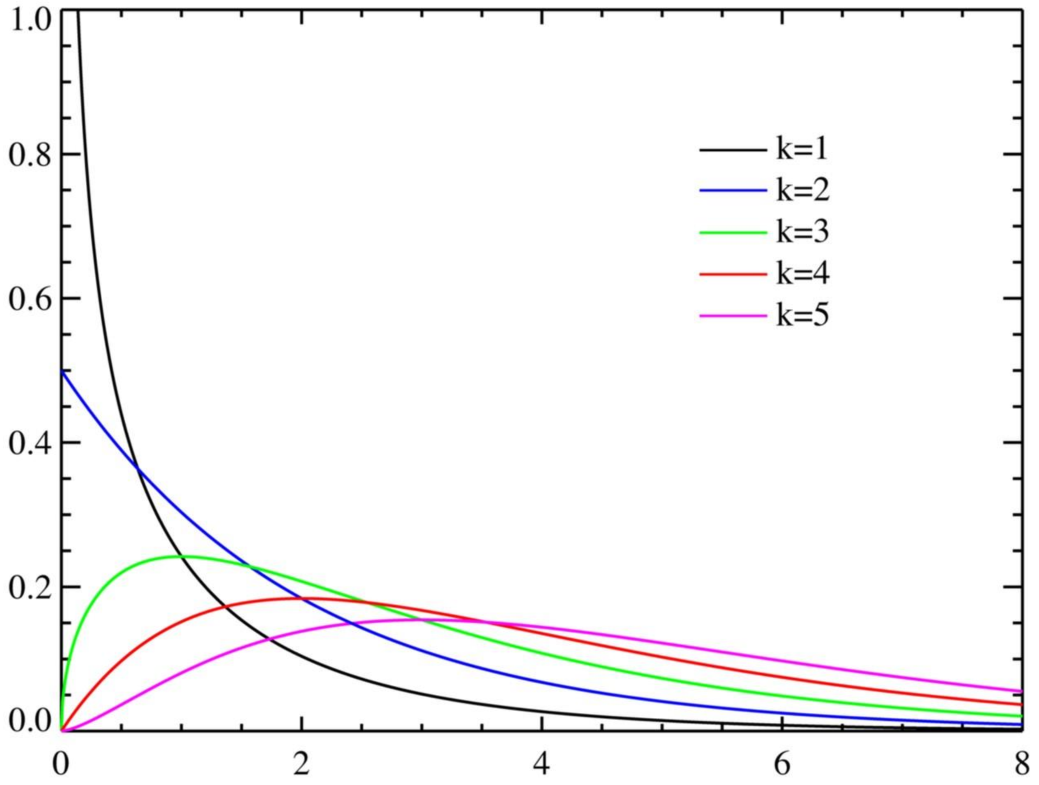
Rozkład x²

Rozkład χ^2 (chi kwadrat) – rozkład zmiennej losowej, która jest sumą *k* kwadratów niezależnych zmiennych losowych o standardowym rozkładzie normalnym. Liczbę naturalną *k* nazywa się liczbą stopni swobody rozkładu zmiennej losowej.

$$k = 1 \qquad X^2 \qquad X \sim N(0,1)$$

$$k = 2 \qquad X_1^2 + X_2^2 \qquad X \sim N(0,1)$$

$$k = 3 \qquad X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 \qquad X \sim N(0,1)$$



https://pl.wikipedia.org/wiki/Rozk%C5%82ad_chi_kwadrat#/media/Plik:Chi-square_distributionPDF.png

Przedział ufności μ

- X~N(μ, σ^2), μ, σ^2 nieznane

$$\mu \epsilon \left\langle \bar{x} - t_{\alpha,n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t_{\alpha,n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \right\rangle$$

Przedział ufności σ^2

- X~N(μ, σ^2), μ, σ^2 nieznane

$$\sigma^2 \epsilon \left\langle \frac{s^2(n-1)}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}} \; ; \; \frac{s^2(n-1)}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}} \right\rangle$$

Przedział ufności σ

- X~N(μ, σ^2), μ, σ^2 nieznane

$$\sigma \epsilon \left\langle \sqrt{\frac{s^2(n-1)}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}}} \; ; \sqrt{\frac{s^2(n-1)}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}}} \right\rangle$$

Przedział ufności *p*

- X~B(*n, p*), *p - nieznane*

$$p\epsilon \left\langle \bar{p} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \; ; \bar{p} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \right\rangle$$

Przedział ufności μ_1-μ_2

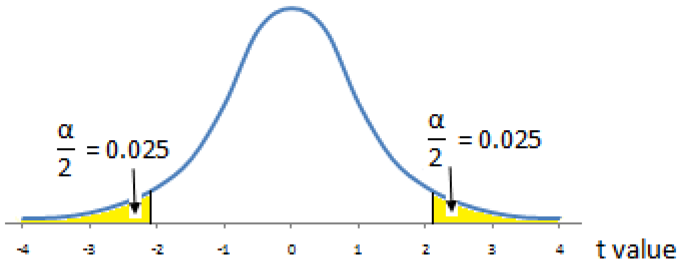
$$(\mu_1 - \mu_2) \, \epsilon \langle (\overline{x_1} - \overline{x_2}) - t_{\alpha,n-1} s_r ; (\overline{x_1} - \overline{x_2}) + t_{\alpha,n-1} s_r \rangle$$

$$s_r = \sqrt{{s_e}^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

$${s_e}^2 = \frac{(n_1 - 1){s_1}^2 + (n_2 - 1){s_2}^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Student's t Distribution Table

For example, the t value for 18 degrees of freedom is 2.101 for 95% confidence interval (**2-Tail** $\alpha = 0.05$).



	90%	95%	97.5%	99%	99.5%	99.95%	**1-Tail Confidence Level**
	80%	90%	95%	98%	99%	99.9%	**2-Tail Confidence Level**
	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.0005	**1-Tail Alpha**
df	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001	**2-Tail Alpha**
1	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567	636.6192	
2	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248	31.5991	
3	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409	12.9240	
4	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041	8.6103	
5	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321	6.8688	
6	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	5.9588	
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995	5.4079	
8	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554	5.0413	
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	4.7809	
10	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	4.5869	
11	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058	4.4370	
12	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545	4.3178	
13	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	4.2208	
14	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	4.1405	
15	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467	4.0728	
16	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	4.0150	
17	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	3.9651	
18	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784	3.9216	
19	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609	3.8834	

http://growingknowing.com/GKStatsBookStudentTTable.html