Zadanie. Na podstawie podanych własności funkcji $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$, $k(x)$ naszkicuj wykresy. Zapisz asymptoty (równanie, stronność) i ekstrema lokalne (rodzaj ekstremum, współrzędne).

Dla funkcji $y = f(x)$:

a) Dziedzina: $D=R-\{-2\}$

b) Punkty wspólne z osiami układu współrzędnych: A=(0,0)

c) Granice: $\lim_{x\to\infty} f(x)=2$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0$, $\lim_{x\to-2^+} f(x)=-\infty$, $\lim_{x\to-2^-} f(x)=+\infty$

d) Pochodna: $f'(x)>0$ dla $x\in(-\infty;-2)\cup(-2;+\infty)$

Dla funkcji $y = g(x)$:

a) Dziedzina: $D=R-\{0\}$

b) Punkty wspólne z osiami układu współrzędnych

z OY - nie istnieją,

z osią OX: $A=(-1,0)$, $B=\left(\frac{1}{2},0\right)$, $C=(2,0)$

c) Granice: $\lim_{x\to\infty} g(x)=3$, $\lim_{x\to-\infty} g(x)=-2$, $\lim_{x\to0^+} g(x)=+\infty$, $\lim_{x\to0^-} g(x)=+\infty$

d) Pochodna:

$g'(x)>0$ dla $x\in(-\infty;\,0)\cup(1{,}5;\,+\infty)$, $g'(x)<0$ dla $x\in(0;\,1{,}5)$, $g'(x)=0$ dla $x=1{,}5$

e) Ponadto wiadomo, że $g(1{,}5)=-2$

Dla funkcji $y = h(x)$:

a) Dziedzina: $D=R-\{0{,}2\}$

b) Punkty wspólne z osiami układu współrzędnych

z OY - nie istnieją,

z osią OX: $A=(-2,0)$, $B=(1,0)$

c) Granice:

$\lim_{x\to\infty} h(x)=0$, $\lim_{x\to-\infty} h(x)=+\infty$, $\lim_{x\to0^+} h(x)=+\infty$, $\lim_{x\to0^-} h(x)=-\infty$, $\lim_{x\to2^+} h(x)=-\infty$, $\lim_{x\to2^-} h(x)=-\infty$

d) Pochodna: $h'(x)>0$ dla $x\in(2;\,+\infty)$, $h'(x)<0$ dla $x\in(-\infty;0)\cup(0;2)$

Dla funkcji $y = k(x)$:

a) Dziedzina: $D=R$

b) Punkty wspólne z osiami układu współrzędnych

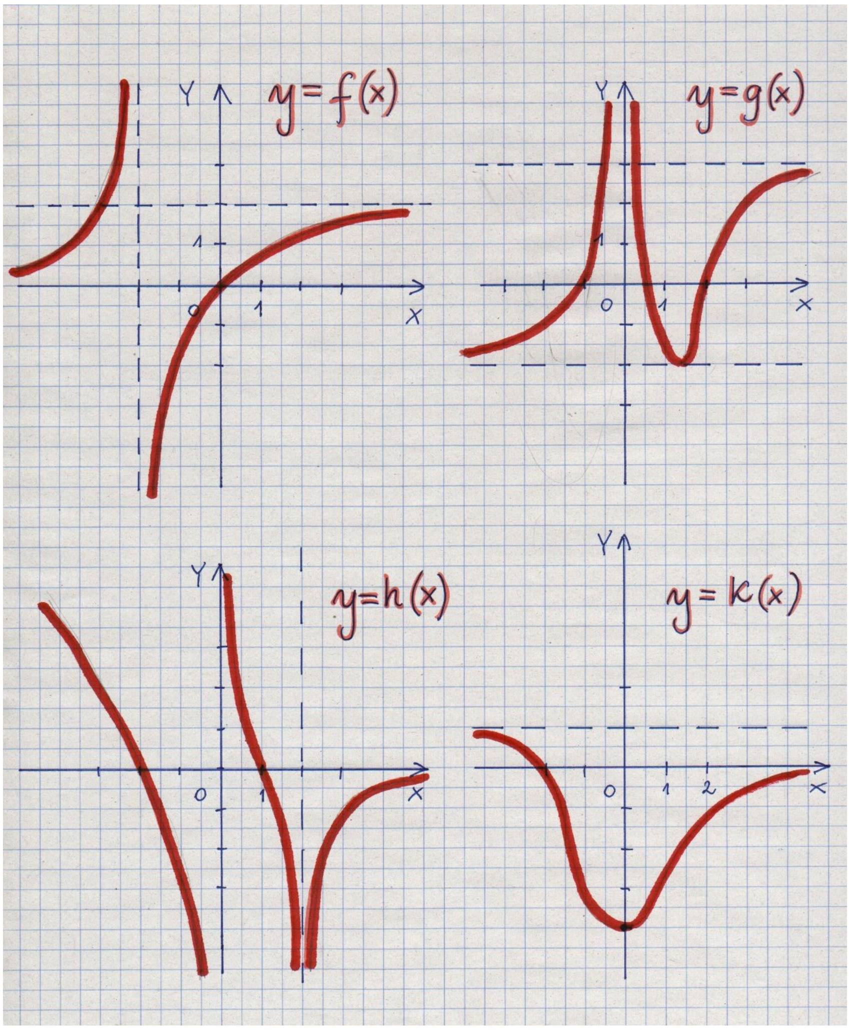
z OY: $A=(0,-4)$,

z osią OX: $B=(-2,0)$

c) Granice: $\lim_{x\to\infty} k(x)=0$, $\lim_{x\to-\infty} k(x)=1$

d) Pochodna: $k'(x)>0$ dla $x\in(0;+\infty)$, $k'(x)<0$ dla $x\in(-\infty;\,0)$, $k'(x)=0$ dla $x=0$

Odpowiedzi:



Dla funkcji $y = f(x)$:

asymptoty poziome: y=0 lewostronna, y=2 prawostronna,

asymptota pionowa: x=-2 obustronna,

ekstrema lokalne: nie istnieją

Dla funkcji $y = g(x)$:

asymptoty poziome: y=-2 lewostronna, y=3 prawostronna,

asymptota pionowa: x=0 obustronna,

minimum lokalne: x_{min}=1,5 y_{min}=-2

Dla funkcji $y = h(x)$:

asymptoty poziome: y=0 prawostronna,

asymptoty pionowe: x=0 obustronna, x=2 obustronna,

ekstrema lokalne: nie istnieją

Dla funkcji $y = k(x)$:

asymptoty poziome: y=1 lewostronna, y=0 prawostronna,

asymptoty pionowe: nie istnieją,

minimum lokalne: x_{min}=0 y_{min}=-4

dr Anna Rajfura