

**Kierunek ARCHITEKTURA KRAJOBRAZU**  
**Ćwiczenia: CAŁKA OZNACZONA, ZASTOSOWANIA**

---

**Zadanie 1.** Oblicz całkę oznaczoną.

Lp.		Odpowiedź
1.	$\int_{-1}^1 (2x^4 - 3x^2 + 5) dx$	8,8
2.	$\int_1^2 \frac{1}{x} dx$	$\ln 2 \approx 0,69$
3.	$\int_0^2 \frac{4x}{x^2 + 2} dx$ (przez pochodną logaryt.)	$2 \ln 5$
4.	$\int_0^4 2\sqrt{2x+1} dx$ (metodą przez podst.)	$17 \frac{1}{3}$
5.	$\int_1^e x \ln x dx$ (metodą przez części)	$\frac{1}{4}(e^2 + 1)$
6.	$\int_{-1}^2 e^x dx$	$e^2 - \frac{1}{e}$
7.	$\int_{-1}^2 x \cdot e^{-x} dx$ (metodą przez części)	$\frac{3}{e^2}$
8.	$\int_0^2 10^x dx$	$\frac{99}{\ln 10} \approx 43,0$

**Zadanie 2.** Oblicz pole obszaru położonego między wykresem funkcji  $f(x)$  oraz osią  $OX$ , a z lewej i prawej ograniczonego podanymi prostymi (lub obszaru ograniczonego wykresami funkcji  $f(x), g(x)$ ). Wyznacz dokładną wartość pola oraz wartość przybliżoną w postaci dziesiętnej. Wykonaj rysunek.

1) $f(x) = e^x, x = 1, x = 2$	odp.: $P=e(e-1)$
2) $f(x) = \sqrt{x}, x = 0, x = 4$	odp.: $P=5\frac{1}{3}$
3) $f(x) = \frac{1}{x}, x = 1, x = 2$	odp.: $\ln 2$
4) $f(x) = \frac{1}{x^2}, x = 1, x = 2$	odp.: $P=0,5$
5) $f(x) = -x^2 + 1, x = -1, x = 1$	odp.: $P=1\frac{1}{3}$
6) $f(x) = 2x^2 - 8x + 9, x = -4, x = -1$	odp.: $P=129$
7) $f(x) = \ln x, x = 1, x = e^4$	odp.: $P=3e^4+1$
8) $f(x) = x^2 - 1, x = -1, x = 1$	odp.: $P=1\frac{1}{3}$
9) $f(x) = x^3 - x^2, x = 0, x = 1$	odp.: $P=\frac{1}{12}$
10) $f(x) = -x - 1, x = 0, x = 2$	odp.: $P=4$
11) $f(x) = x + 1, g(x) = x^2 - 1$	odp.: $P=4,5$
12) $g(x) = x^2 - 1, f(x)=0$ , w zakresie od $x = -2$ do $x = 2$	odp.: $P=8/3$

**Zadanie 3.** Oblicz długość łuku krzywej  $L$ . Wynik podaj w postaci dziesiętnej z dokładnością do drugiego miejsca po przecinku.

1) $f(x) = e^x$ dla $x \in [0, 2]$	odp.: $L=6,79$
2) $f(x) = x^2 + 1$ dla $x \in [0, 2]$	odp.: $L=4,65$
3) $f(x) = \ln x$ dla $x \in [1, 3]$	odp.: $L=2,30$

*dr Anna Rajfura*