Wykład dla studiów doktoranckich IMDiK PAN

Biostatystyka I

dr Anna Rajfura
Kat. Doświadczalnictwa i Bioinformatyki SGGW
anna_rajfura@sggw.pl

Program wykładu w skrócie

1. Jednoczynnikowa analiza wariancji
2. Porównania szczegółowe
3. Sprawdzenie założeń o wariancji
4. Test nieparametryczny Kruskala-Wallisa

Porównanie czterech metod

Rozpatrzymy zagadnienie polegające na porównaniu kilku grup (populacji) pod względem wartości średniej wybranej cechy.

Przykład 1. Porównano cztery metody pomiaru czasu krzepnięcia osocza krwi. Każdą metodę zastosowano w grupie 10 pacjentów. Należy porównać średnie czasy krzepnięcia dla badanych metod.

Porównanie czterech metod

Wyniki pomiaru czasu krzepnięcia osocza krwi

Metoda 1	Metoda 2	Metoda 3	Metoda 4
9,1	10,0	10,0	10,9
8,9	10,2	9,9	11,1
8,4	9,8	9,8	12,2
12,8	11,6	12,9	14,4
8,7	9,5	11,2	9,8
9,2	9,2	9,9	12,0
7,6	8,6	8,5	8,5
8,6	10,3	9,8	10,9
8,9	9,4	9,2	10,4
7,9	8,5	8,2	10,0

Jak porównać metody przy występującej zmienności?

Porównanie czterech metod

Wyniki pomiaru czasu krzepnięcia osocza krwi

	Metoda 1	Metoda 2	Metoda 3	Metoda 4
	9,1	10,0	10,0	10,9
	8,9	10,2	9,9	11,1
	8,4	9,8	9,8	12,2
	12,8	11,6	12,9	14,4
	8,7	9,5	11,2	9,8
	9,2	9,2	9,9	12,0
	7,6	8,6	8,5	8,5
	8,6	10,3	9,8	10,9
	8,9	9,4	9,2	10,4
	7,9	8,5	8,2	10,0
średnie	9,01	9,71	9,94	11,02

Średnie arytmet. są ocenami średnich populacyjnych.

Porównanie czterech metod

Cecha X – czas krzepnięcia

cecha X_1 – czas krzepnięcia mierzony metodą M1

cecha X_2 – czas krzepnięcia mierzony metodą M2

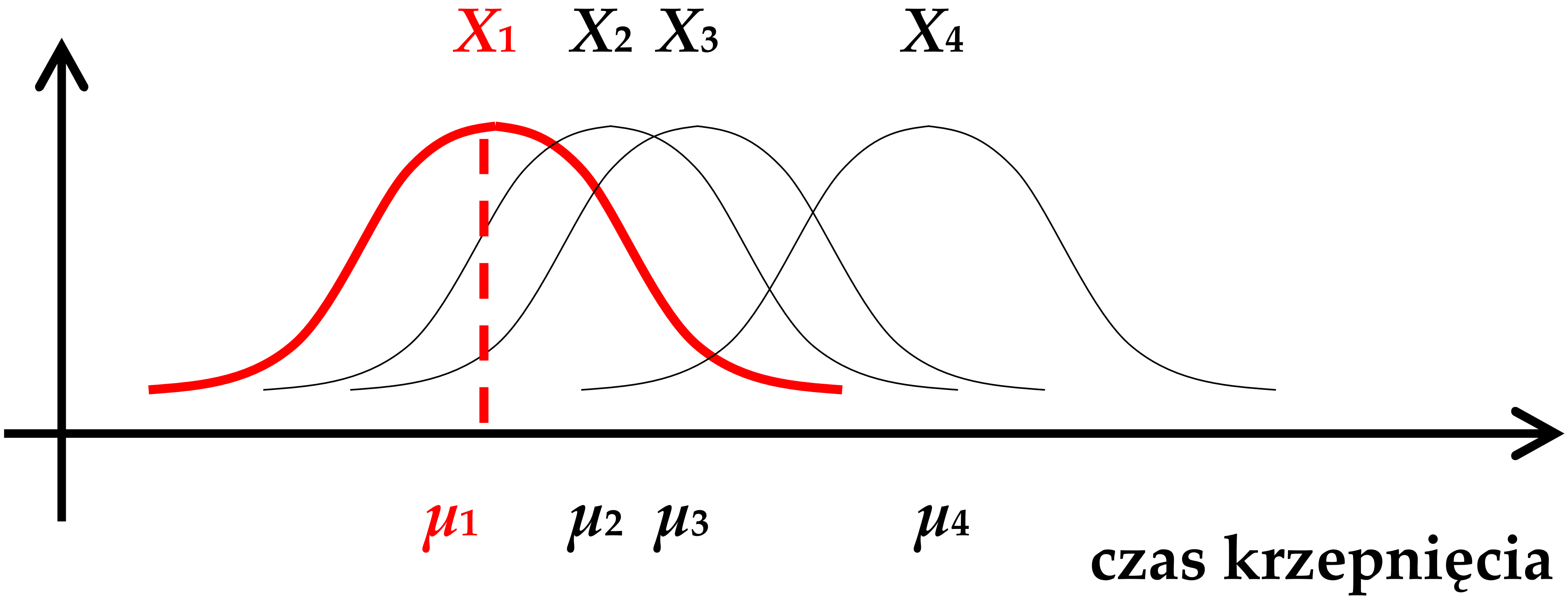
itd.

Ogólniej: cecha X_i – czas krzepnięcia mierzony metodą Mi, gdzie i = 1, 2, 3, 4

Modelem dla każdej cechy X_i jest zmienna losowa o rozkładzie normalnym z nieznanymi parametrami μ_i, σ_i^2.

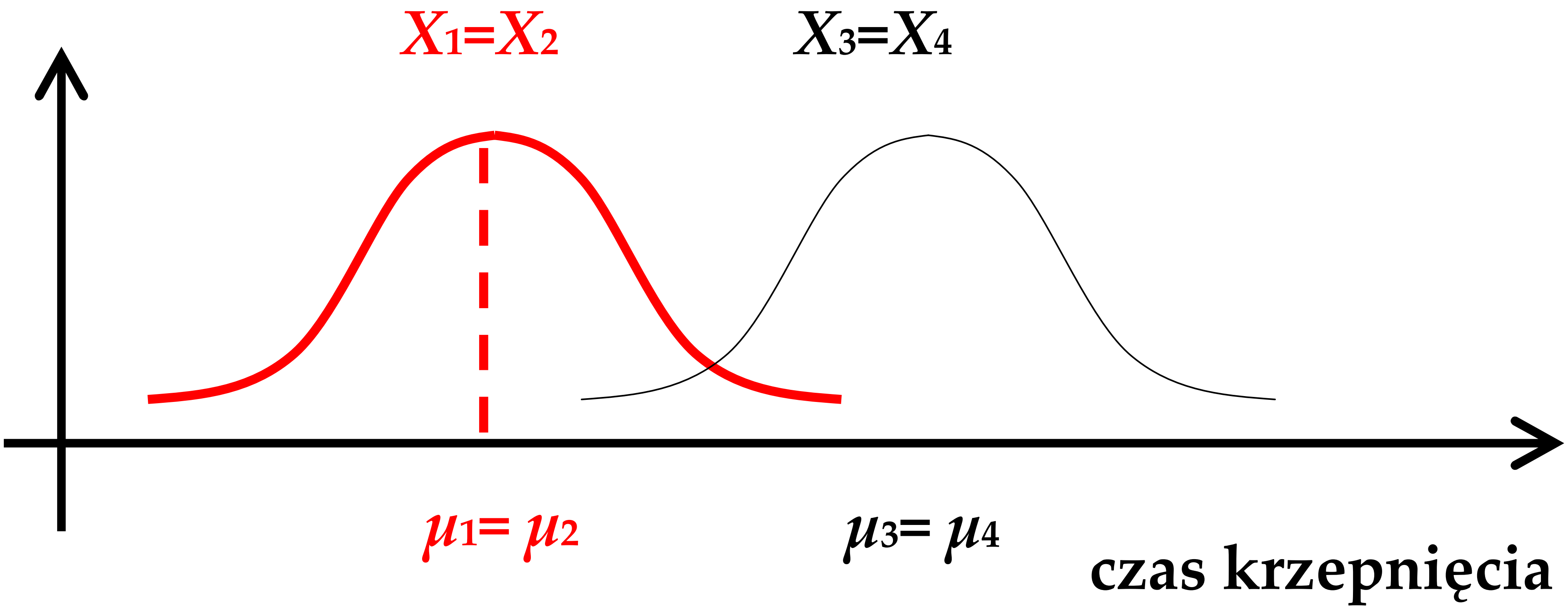
Porównanie czterech metod

Jak zinterpretować czasy krzepnięcia dla czterech metod przy takim położeniu krzywych Gaussa?



Porównanie czterech metod

Jak zinterpretować czasy krzepnięcia dla czterech metod przy takim położeniu krzywych Gaussa?



Zapis hipotezy zerowej

Pytanie

Czy porównywane metody mają czasy krzepnięcia na podobnym poziomie?

Czy $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$?

Hipoteza zerowa

$$H_0\colon\ \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$

Hipoteza o braku zróżnicowania między czterema metodami pod względem średniego czasu krzepnięcia.

Uwaga o odrzuceniu H_0.

Sposób porównania?

Wykonanie testu t-Studenta dla każdej pary metod nie jest dobrym podejściem ...

Liczymy p-stwo popełnienia błędu odrzucenia prawdziwej hipotezy o równości dwóch średnich populacyjnych:

1. niech poziom istotności wynosi 0,05
2. czyli p-stwo popełnienia błędu wynosi 0,05
3. to p-stwo uniknięcia błędu wynosi 1-0,05=0,95

Dla dwóch porównań niezależnych:

4. p-stwo uniknięcia błędu wynosi $0,95^2=0,9025$
5. p-stwo popełnienia błędu wynosi $1-0,95^2 \approx 0,10$

Przy czterech grupach mamy sześć porównań:

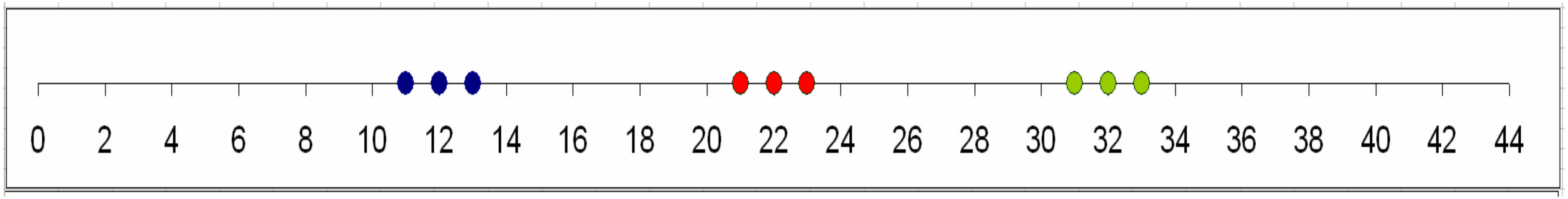
6. p-stwo popełnienia błędu wynosi
   $1-0,95^6=1-0,7351\approx 0,26$ - duży błąd I rodzaju

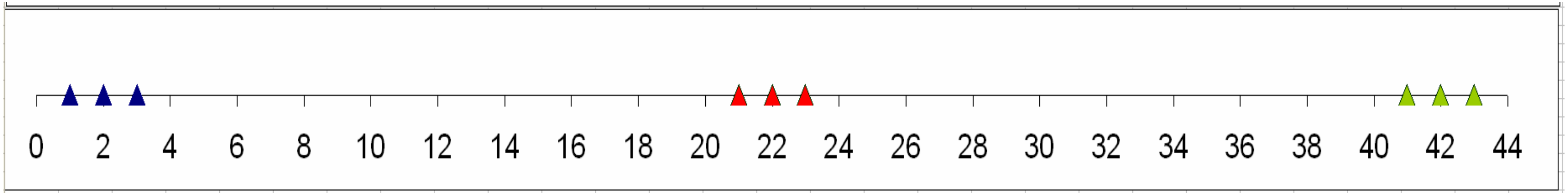
Tu porównania nie są niezależne (Aczel, 1993), ale **błąd I rodzaju jest większy niż 0,05**.

Analiza wariancji. Historia

Analiza wariancji, ANOVA (*ang*. ANalysis Of VAriance) – metoda do badania wpływu kontrolowanego czynnika (czynników) na wartości rozważanej cechy *X*.
Twórcą metody jest Ronald Aylmer Fisher (1890-1962) – genetyk i statystyk brytyjski, który w 1923 r. razem ze współpracownikiem Frankiem Yatesem rozwinął i ogłosił elementy analizy wariancji jako metody do rozwiązywania problemów doświadczalnictwa rolniczego. Obecnie testy analizy wariancji są podstawowym narzędziem oceny wpływów kontrolowanych czynników na wynik eksperymentu we wszystkich dziedzinach badań.

Analiza wariancji. Idea dla trzech grup

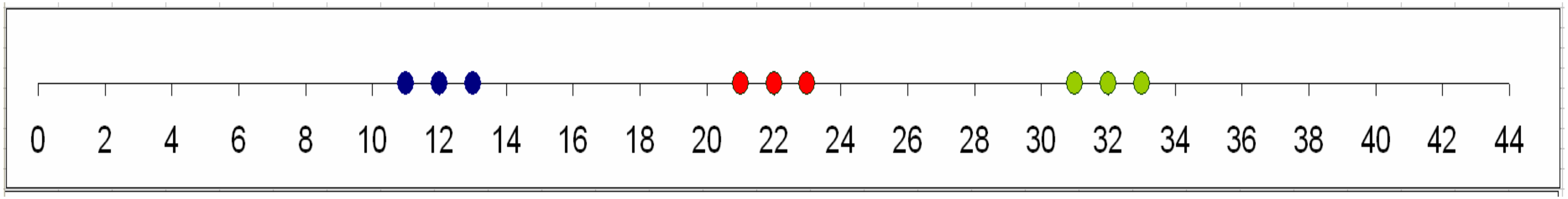




Przykład 1			Przykład 2		
gr_1	gr_2	gr_3	gr_4	gr_5	gr_6
11	21	31	1	21	41
12	22	32	2	22	42
13	23	33	3	23	43

Analiza wariancji. Idea dla trzech grup

Przykład 1



średnie w grupach:

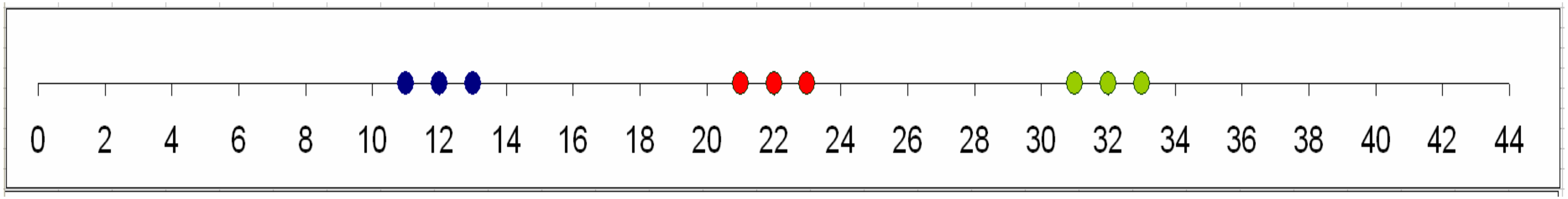
$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

wariancje w grupach:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n}$$

Analiza wariancji. Idea dla trzech grup

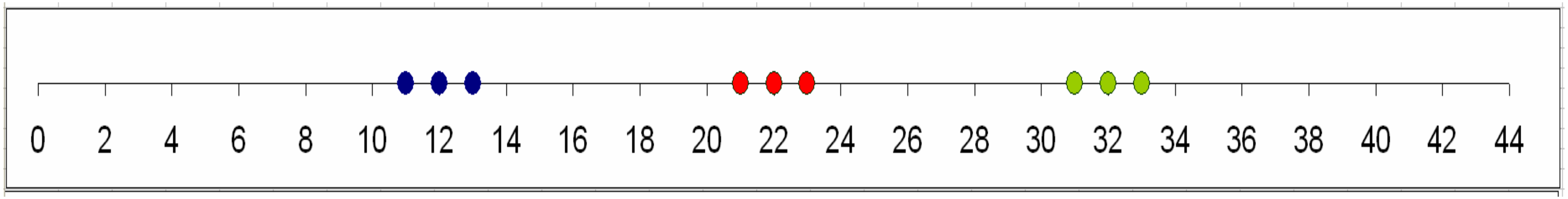
Przykład 1



średnie w grupach:	wariancje w grupach:
$\bar{x}_1 = \frac{11+12+13}{3} = 12$	$s_1{}^2 = \frac{(11-12)^2 + (12-12)^2 + (13-12)^2}{2} = 1$
$\bar{x}_2 = 22$	$s_2{}^2 = 1$
$\bar{x}_3 = 32$	$s_3{}^2 = 1$

Analiza wariancji. Idea dla trzech grup

Przykład 1



średnia ogólna:

$$\bar{x} = \frac{11+12+\ldots+32+33}{9} = \frac{198}{9} = 22$$

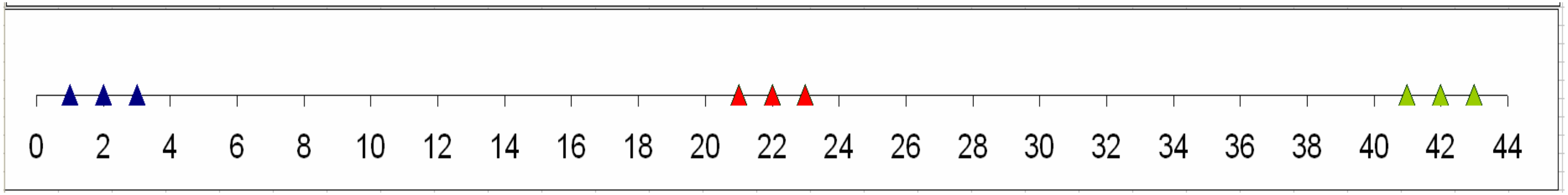
wariancja między grupami:

12, 12, 12, 22, 22, 22, 32, 32, 32

$$s^2_{miedzy\ \ grupami} = \frac{(12-22)^2 \cdot 3 + (22-22)^2 \cdot 3 + (32-22)^2 \cdot 3}{8} = \frac{600}{8} = 75$$

Analiza wariancji. Idea dla trzech grup

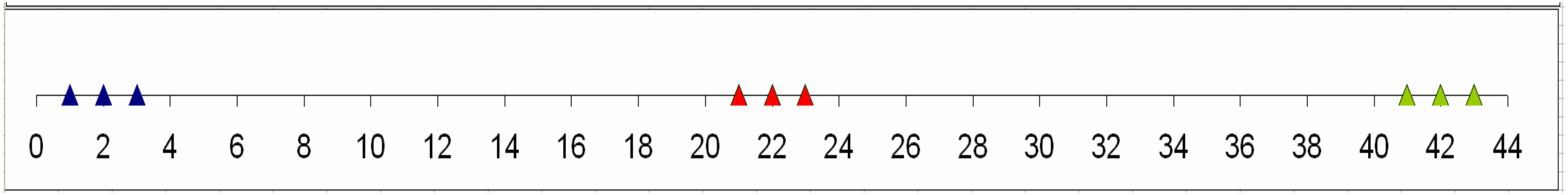
Przykład 2



średnie w grupach:	wariancje w grupach:
$\bar{x}_4 = 2$	$s_4{}^2 = 1$
$\bar{x}_5 = 22$	$s_5{}^2 = 1$
$\bar{x}_6 = 42$	$s_6{}^2 = 1$

Analiza wariancji. Idea dla trzech grup

Przykład 2



średnia ogólna:

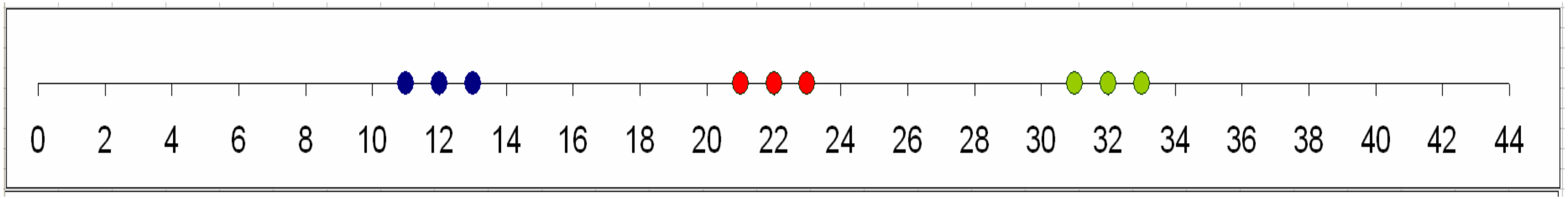
$$\overline{x} = \frac{1+2+\ldots+42+43}{9} = \frac{198}{9} = 22$$

wariancja między grupami:

2, 2, 2, 22, 22, 22, 42, 42, 42

$$s^2_{miedzy\ grupami} = \frac{(2-22)^2 \cdot 3 + (22-22)^2 \cdot 3 + (42-22)^2 \cdot 3}{8} = \frac{3200}{8} = 400$$

Analiza wariancji. Idea dla trzech grup

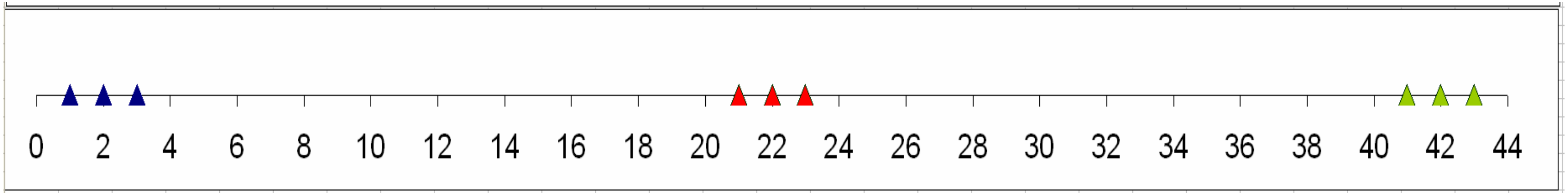


średnie w grupach:

$\bar{x}_1 = 12, \quad \bar{x}_2 = 22, \quad \bar{x}_3 = 32$

wariancja między grupami:

$s^2_{miedzy\ grupami} = 75$



średnie w grupach:

$\bar{x}_4 = 2, \quad \bar{x}_5 = 22, \quad \bar{x}_6 = 42$

wariancja między grupami:

$s^2_{miedzy\ grupami} = 400$

Analiza wariancji. Idea dla trzech grup

Przykład 1

średnie w grupach:	wariancja między grupami:
$\overline{x}_1 = 12, \quad \overline{x}_2 = 22, \quad \overline{x}_3 = 32$	$s^2_{miedzy\ grupami} = 75$

Przykład 2

średnie w grupach:	wariancja między grupami:
$\overline{x}_4 = 2, \quad \overline{x}_5 = 22, \quad \overline{x}_6 = 42$	$s^2_{miedzy\ grupami} = 400$

Duża wartość wariancji między grupami świadczy o znacznym zróżnicowaniu średnich tych grup.

Analiza wariancji. Terminologia

Wyniki pomiaru czasu krzepnięcia osocza krwi

Metoda 1	Metoda 2	Metoda 3	Metoda 4
9,1	10,0	10,0	10,9
8,9	10,2	9,9	11,1
8,4	9,8	9,8	12,2
12,8	11,6	12,9	14,4
8,7	9,5	11,2	9,8
9,2	9,2	9,9	12,0
7,6	8,6	8,5	8,5
8,6	10,3	9,8	10,9
8,9	9,4	9,2	10,4
7,9	8,5	8,2	10,0

Analiza wariancji. Terminologia

Wyniki pomiaru czasu krzepnięcia osocza krwi

Cztery obiekty, poziomy czynnika

$a=4$

Metoda 1	Metoda 2	Metoda 3	Metoda 4
9,1	10,0	10,0	10,9
8,9	10,2	9,9	11,1
8,4	9,8	9,8	12,2
12,8	11,6	12,9	14,4
8,7	9,5	11,2	9,8
9,2	9,2	9,9	12,0
7,6	8,6	8,5	8,5
8,6	10,3	9,8	10,9
8,9	9,4	9,2	10,4
7,9	8,5	8,2	10,0

Replikacje

$n=10$

Założono doświadczenie z czterema obiektami w dziesięciu replikacjach.

Analiza wariancji. Terminologia

Jednokierunkowa klasyfikacja danych – wyniki pomiaru cechy uzyskane w doświadczeniu przedstawione w tabeli.

Jednokierunkowa–bo doświadczenie jest jednoczynnikowe.

Obiekty (poziomy czynnika A)	Nr powtórzenia			
	1	2	…	n
A_1	x_{11}	x_{12}	…	x_{1n_1}
A_2	x_{21}	x_{22}	…	x_{2n_2}
$\vdots$			…	
A_a	x_{a1}	x_{a2}	…	x_{an_a}

Analiza wariancji. Oznaczenia

Wartość cechy X dla i–tego obiektu w j–tej replikacji

$$x_{i\,j}$$

nr obiektu (poziomu czynnika)

nr replikacji

W przykładzie:

x_{ij} – czas krzepnięcia dla i–tej metody u j–tego pacjenta), i=1, 2, ..., a, j=1, 2, ..., n

Analiza wariancji. Przykład

Pytania

1. Czy wszystkie porównywane metody dają czas krzepnięcia na podobnym poziomie?

Odpowiemy po przeprowadzeniu analizy wariancji.

2. Jeśli nie wszystkie, to które metody dają podobny czas?

Odpowiemy po przeprowadzeniu porównań szczegółowych.

Analiza wariancji

Analiza wariancji. Warunki stosowania

1. Analizujemy cechę mierzalną X w a populacjach, $a>2$ (np. czas krzepnięcia osocza krwi dla czterech metod)
2. Cechy Xi mają niezależne rozkłady normalne $N\sim(\mu_i;\ \sigma_i^2)$, $i = 1, 2, \ldots, a$
3. Rozkłady te mają jednakowe wariancje $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_a^2$ (jednorodność wariancji)

Analiza wariancji. Hipotezy

Hipoteza zerowa

$$H_0: \quad \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_a$$

Hipoteza o braku zróżnicowania między średnimi populacyjnymi cechy dla badanych obiektów.

Hipoteza alternatywna

H_1: istnieje para średnich μ_i, μ_j, które są różne

Uwaga o alternatywie

Przyjmujemy poziom istotności α *np.* α =0,05

Tabela analizy wariancji

Źródło zmienności cechy *X*	Suma kwadratów **Sum of Squares** SS	Stopnie swobody **Degrees of freedom** Df	Średni kwadrat **Mean Square** MS	F emp	wartość p **p-value**
Czynnik A (obiekty, między grupami)	SS_A	$Df_A = a - 1$	$MS_A = \frac{SS_A}{Df_A}$	$\frac{MS_A}{MS_E}$	
Błąd losowy E (w grupach)	SS_E	$Df_E = N - a$	$MS_E = \frac{SS_E}{Df_E}$		
Całkowita T	SS_T	$Df_T = N - 1$			

Źródła zmienności

Źródło zmienności cechy *X*	**Suma kwadratów** **Sum of Squares** SS	**Stopnie swobody** **Degrees of freedom** Df	**Średni kwadrat** **Mean Square** MS	**F emp**	**wartość p** **p-value**
Czynnik A (obiekty, między grupami)	SS_A	$Df_A = a - 1$	$MS_A = \frac{SS_A}{Df_A}$	$\frac{MS_A}{MS_E}$	
Błąd losowy E (w grupach)	SS_E	$Df_E = N - a$	$MS_E = \frac{SS_E}{Df_E}$		
Całkowita T	SS_T	$Df_T = N - 1$			

Źródła zmienności

Zmienność zmierzonych wartości cechy spowodowana czynnikiem – zmienność między metodami.

Metoda 1	Metoda 2	Metoda 3	Metoda 4
9,1	10,0	10,0	10,9
8,9	10,2	9,9	11,1
8,4	9,8	9,8	12,2
12,8	11,6	12,9	14,4
8,7	9,5	11,2	9,8
9,2	9,2	9,9	12,0
7,6	8,6	8,5	8,5
8,6	10,3	9,8	10,9
8,9	9,4	9,2	10,4
7,9	8,5	8,2	10,0

Źródła zmienności

Zmienność zmierzonych wartości cechy spowodowana <u>błędem losowym</u> – zmienność między powtórzeniami dla ustalonej odmiany.

Metoda 1	Metoda 2	Metoda 3	Metoda 4
9,1	10,0	10,0	10,9
8,9	10,2	9,9	11,1
8,4	9,8	9,8	12,2
12,8	11,6	12,9	14,4
8,7	9,5	11,2	9,8
9,2	9,2	9,9	12,0
7,6	8,6	8,5	8,5
8,6	10,3	9,8	10,9
8,9	9,4	9,2	10,4
7,9	8,5	8,2	10,0

Sumy kwadratów

Źródło zmienności cechy *X*	Suma kwadratów Sum of Squares SS	Stopnie swobody Degrees of freedom Df	Średni kwadrat Mean Square MS	F emp	wartość p p-value
Czynnik A (obiekty, między grupami)	SS_A	$Df_A = a - 1$	$MS_A = \frac{SS_A}{Df_A}$	$\frac{MS_A}{MS_E}$	
Błąd losowy E (w grupach)	SS_E	$Df_E = N - a$	$MS_E = \frac{SS_E}{Df_E}$		
Całkowita T	SS_T	$Df_T = N - 1$			

Średnie obiektowe

Poziomy czynnika A	Powtórzenia				średnie obiektowe
	1	2	...	n	
A_1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1n_1}	$\bar{x}_1 = \frac{1}{n_1}\sum_{j=1}^{n_1} x_{1j}$
A_2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2n_2}	$\bar{x}_2 = \frac{1}{n_2}\sum_{j=1}^{n_2} x_{2j}$
$\vdots$			...		
A_a	x_{a1}	x_{a2}	...	x_{an_a}	$\bar{x}_a = \frac{1}{n_a}\sum_{j=1}^{n_a} x_{aj}$

Sumy kwadratów

i-ta średnia obiektowa $\bar{x}_i = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$

średnia ogólna $\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$

$$SS_A = \sum_{i=1}^{a} n_i\left(\bar{x}_i - \bar{x}\right)^2 \qquad SS_E = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n_i}\left(x_{ij} - \bar{x}_i\right)^2 \qquad SS_T = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{n_i}\left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2$$

Sumy kwadratów mają własność:

$$SS_A + SS_E = SS_T$$

Stopnie swobody

Źródło zmienności cechy *X*	**Suma kwadratów** **Sum of Squares** SS	**Stopnie swobody** **Degrees of freedom** Df	**Średni kwadrat** **Mean Square** MS	**F emp**	**wartość p** **p-value**
Czynnik A (obiekty, między grupami)	SS_A	$Df_A = a - 1$	$MS_A = \frac{SS_A}{Df_A}$	$\frac{MS_A}{MS_E}$	
Błąd losowy E (w grupach)	SS_E	$Df_E = N - a$	$MS_E = \frac{SS_E}{Df_E}$		
Całkowita T	SS_T	$Df_T = N - 1$			

Stopnie swobody mają własność:

$$Df_A + Df_E = Df_T$$

Średnie kwadraty

Źródło zmienności cechy *X*	**Suma kwadratów** **Sum of Squares** SS	**Stopnie swobody** **Degrees of freedom** Df	**Średni kwadrat** **Mean Square** MS	**F emp**	**wartość p** **p-value**
Czynnik A (obiekty, między grupami)	SS_A	$Df_A = a - 1$	$MS_A = \frac{SS_A}{Df_A}$	$\frac{MS_A}{MS_E}$	
Błąd losowy E (w grupach)	SS_E	$Df_E = N - a$	$MS_E = \frac{SS_E}{Df_E}$		
Całkowita T	SS_T	$Df_T = N - 1$			

Średnie kwadraty obliczamy na podstawie dwóch wcześniejszych kolumn *SS*, *Df*.

Funkcja testowa F_{emp}

Źródło zmienności cechy *X*	Suma kwadratów Sum of Squares SS	Stopnie swobody Degrees of freedom Df	Średni kwadrat Mean Square MS	F emp	wartość p p-value
Czynnik A (obiekty, między grupami)	SS_A	$Df_A = a - 1$	$MS_A = \frac{SS_A}{Df_A}$	$\frac{MS_A}{MS_E}$	
Błąd losowy E (w grupach)	SS_E	$Df_E = N - a$	$MS_E = \frac{SS_E}{Df_E}$		
Całkowita T	SS_T	$Df_T = N - 1$			

Wartość empiryczną funkcji testowej F_{emp} obliczamy na podstawie wcześniejszej kolumny średnich kwadratów MS.

Uwaga

Jeśli H_0 jest prawdziwa, to MS_A oraz MS_E są nieobciążonymi estymatorami wariancji. Oszacowanie wariancji tymi estymatorami powinno niewiele się różnić.

Jeśli H_0 nie jest prawdziwa, to MS_A jest wyższy od MS_E - H_0 należy odrzucić.

Do porównania MS_A i MS_E służy test F Fishera-Snedecora o liczbach stopni swobody $\nu_1 = Df_A$, $\nu_2 = Df_E$

$$F_{emp} = \frac{MS_A}{MS_E}$$

Wartości F bliskie 1 świadczą za hipotezą, wartości dużo większe od 1 – przeciw hipotezie.

Wartość krytyczna F_{kryt}

Źródło zmienności cechy *X*	Suma kwadratów Sum of Squares SS	Stopnie swobody Degrees of freedom Df	Średni kwadrat Mean Square MS	F emp	wartość p p-value
Czynnik A (obiekty, między grupami)	SS_A	$Df_A = a - 1$	$MS_A = \frac{SS_A}{Df_A}$	$\frac{MS_A}{MS_E}$	
Błąd losowy E (w grupach)	SS_E	$Df_E = N - a$	$MS_E = \frac{SS_E}{Df_E}$		
Całkowita T	SS_T	$Df_T = N - 1$			

$$F_{kryt} = F_{\alpha, a-1, N-a}$$

Wnioskowanie

<u>Wnioskowanie</u>

Jeśli $F_{emp} > F_{kryt}$, to H_0 odrzucamy, w przeciwnym przypadku H_0 nie można odrzucić.

<u>Wnioskowanie równoważne</u>

Jeśli wartość $p < \alpha$, to H_0 odrzucamy,
w przeciwnym przypadku H_0 nie można odrzucić.

Odrzucenie hipotezy H_0 oznacza stwierdzenie statystycznie istotnego wpływu czynnika A na badaną cechę.

Tabela ANOVA dla przykładu

Źródła zm.	SS	Df	MS	F_{emp}	wartość p
Czynnik A (metody)	20,826	3	6,942	3,859	0,017
Błąd losowy E	64,758	36	1,799		
Całkowita T	85,584	39			

Wartość empiryczną funkcji testowej porównujemy z wartością krytyczną

$$F_{kryt} = F_{\alpha, a-1, N-a} = F_{0{,}05\,,\,3,\,36} = 2{,}866$$

Wnioskowanie dla przykładu

Zachodzi $F_{emp} > F_{kryt}$, więc H_0 odrzucamy.

<u>Wnioskowanie równoważne</u>

Wartość p wyliczają pakiety statystyczne:

wartość $p = 0{,}017$, $\alpha = 0{,}05$

Ponieważ wartość $p < \alpha$, to H_0 odrzucamy.

Czas krzepnięcia nie jest jednakowy dla porównywanych metod.

Postępowanie po analizie wariancji

Jeśli analiza wariancji nie wykaże istotnych różnic między rozpatrywanymi średnimi, nie przeprowadza się dalszych testów.

Natomiast jeśli średnie okażą się istotnie zróżnicowane (H_0 odrzucona), to chcemy wiedzieć, które z rozpatrywanych średnich różnią się między sobą, a które nie.

W tym celu wykonujemy porównania poszczególnych średnich z zastosowaniem testów post-hoc nazywanych testami wielokrotnych porównań.

Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Dane, na których będziemy wykonywać analizę wariancji, muszą być zorganizowane w specjalny sposób: w jednej kolumnie wartości mierzonej cechy (czas), a w innej nazwa/kod metody dla pomiaru. Można przygotować je w arkuszu kalkulacyjnym ...

Metoda 1	Metoda 2	Metoda 3	Metoda 4
9,1	10	10	10,9
8,9	10,2	9,9	11,1
8,4	9,8	9,8	12,2
12,8	11,6	12,9	14,4
8,7	9,5	11,2	9,8
9,2	9,2	9,9	12
7,6	8,6	8,5	8,5
8,6	10,3	9,8	10,9
8,9	9,4	9,2	10,4
7,9	8,5	8,2	10

Czas	Metoda
9,1	Metoda 1
8,9	Metoda 1
8,4	Metoda 1
12,8	Metoda 1
8,7	Metoda 1
9,2	Metoda 1
7,6	Metoda 1
8,6	Metoda 1
8,9	Metoda 1
7,9	Metoda 1
10	Metoda 2
10,2	Metoda 2
9,8	Metoda 2
11,6	Metoda 2
9,5	Metoda 2
9,2	Metoda 2
8,6	Metoda 2
10,3	Metoda 2
9,4	Metoda 2
8,5	Metoda 2
10	Metoda 3
9,9	Metoda 3
9,8	Metoda 3
12,9	Metoda 3

Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

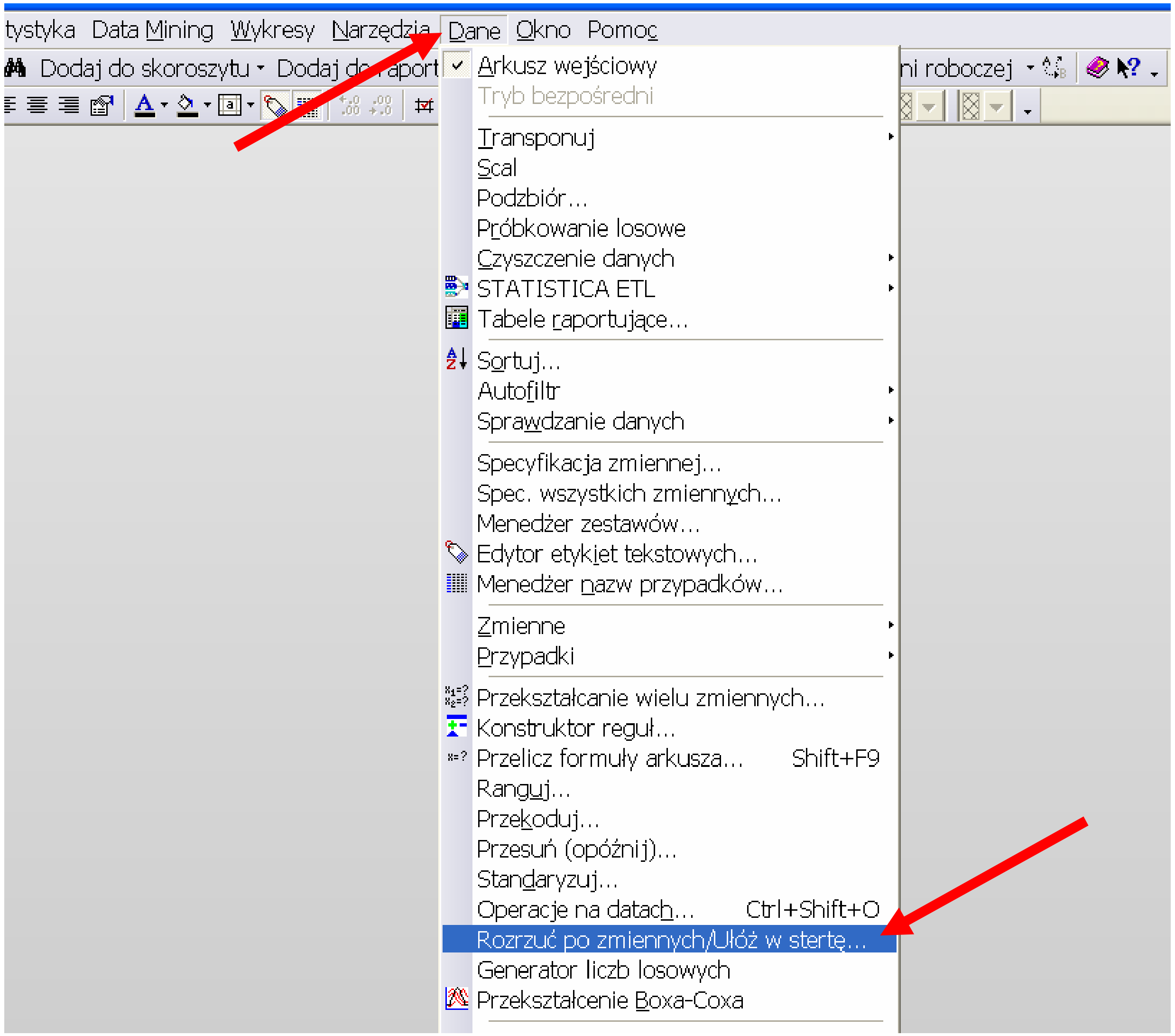
... albo wykorzystać narzędzie w pakiecie *STATISTICA*. W tym przypadku kopiujemy dane w postaci tabelki z arkusza do pakietu (wklejone z nagłówkami):

Dane: Arkusz3 (10 zmn. * 10 prz.)

	1 Metoda 1	2 Metoda 2	3 Metoda 3	4 Metoda 4	5 Zmn5	6 Zmn6
1	9,1	10	10	10,9		
2	8,9	10,2	9,9	11,1		
3	8,4	9,8	9,8	12,2		
4	12,8	11,6	12,9	14,4		
5	8,7	9,5	11,2	9,8		
6	9,2	9,2	9,9	12		
7	7,6	8,6	8,5	8,5		
8	8,6	10,3	9,8	10,9		
9	8,9	9,4	9,2	10,4		
10	7,9	8,5	8,2	10		

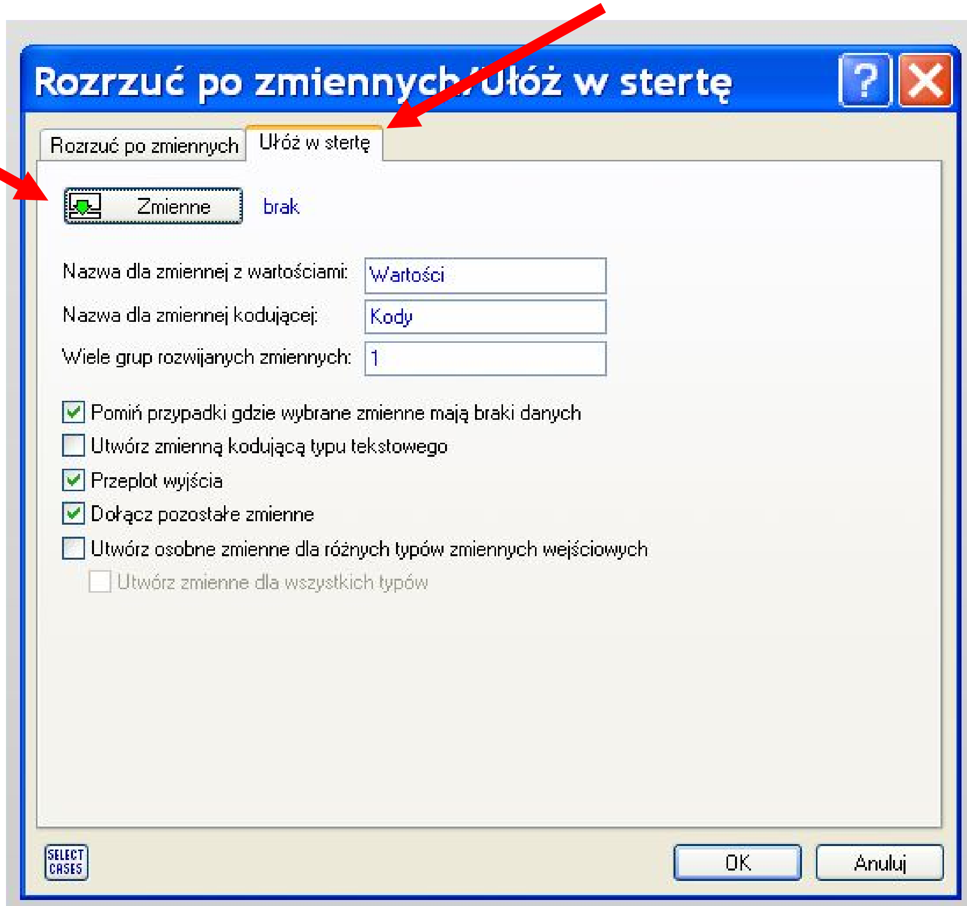
Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Z menu głównego wybieramy opcję **Dane**, z podmenu opcję **Rozrzuć po zmiennych/Ułóż w stertę**…



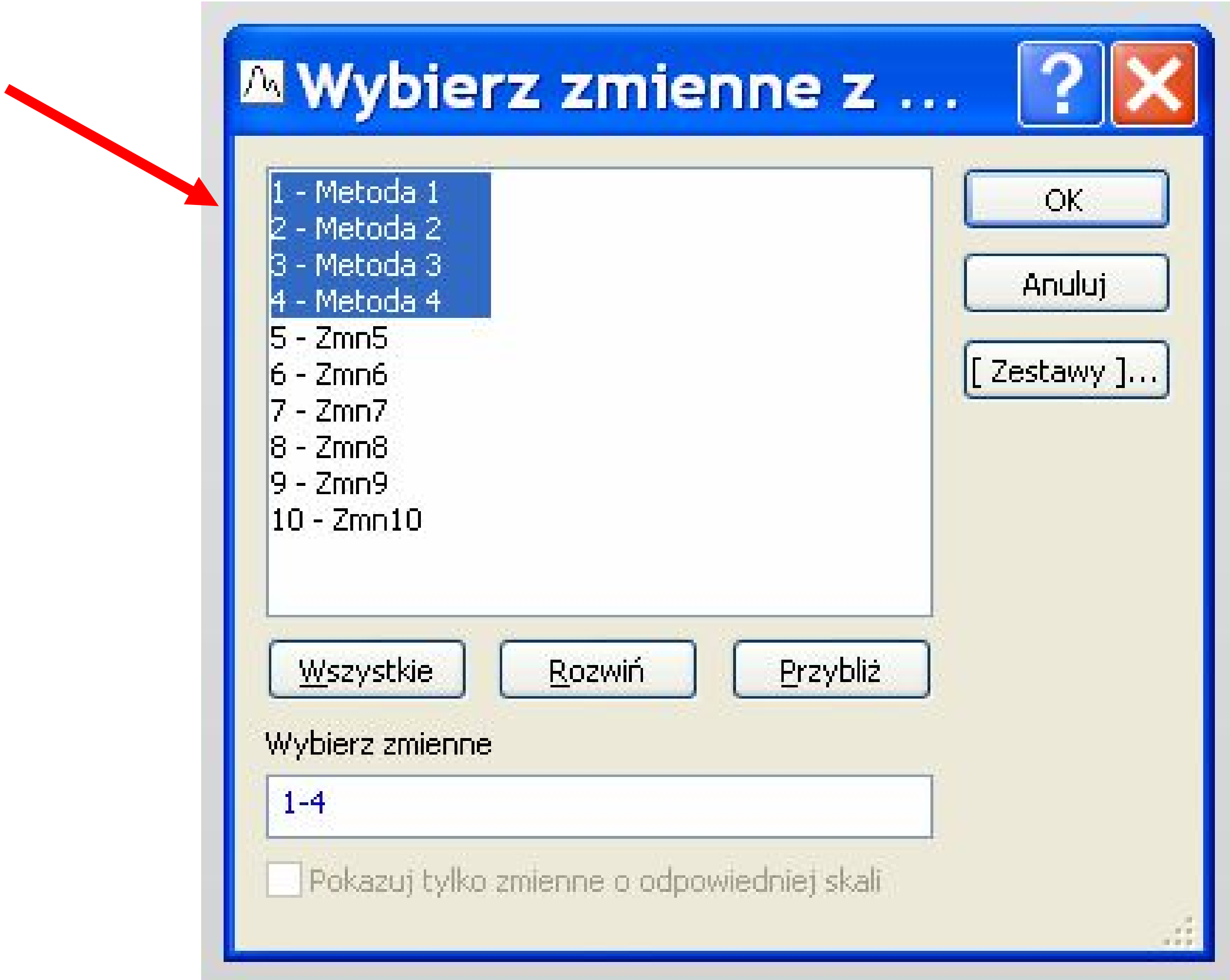
Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

W okienku **Rozrzuć po zmiennych/Ułóż w stertę** wybieramy kartę **Ułóż w stertę**. Przyciskamy przycisk **Zmienne** ...



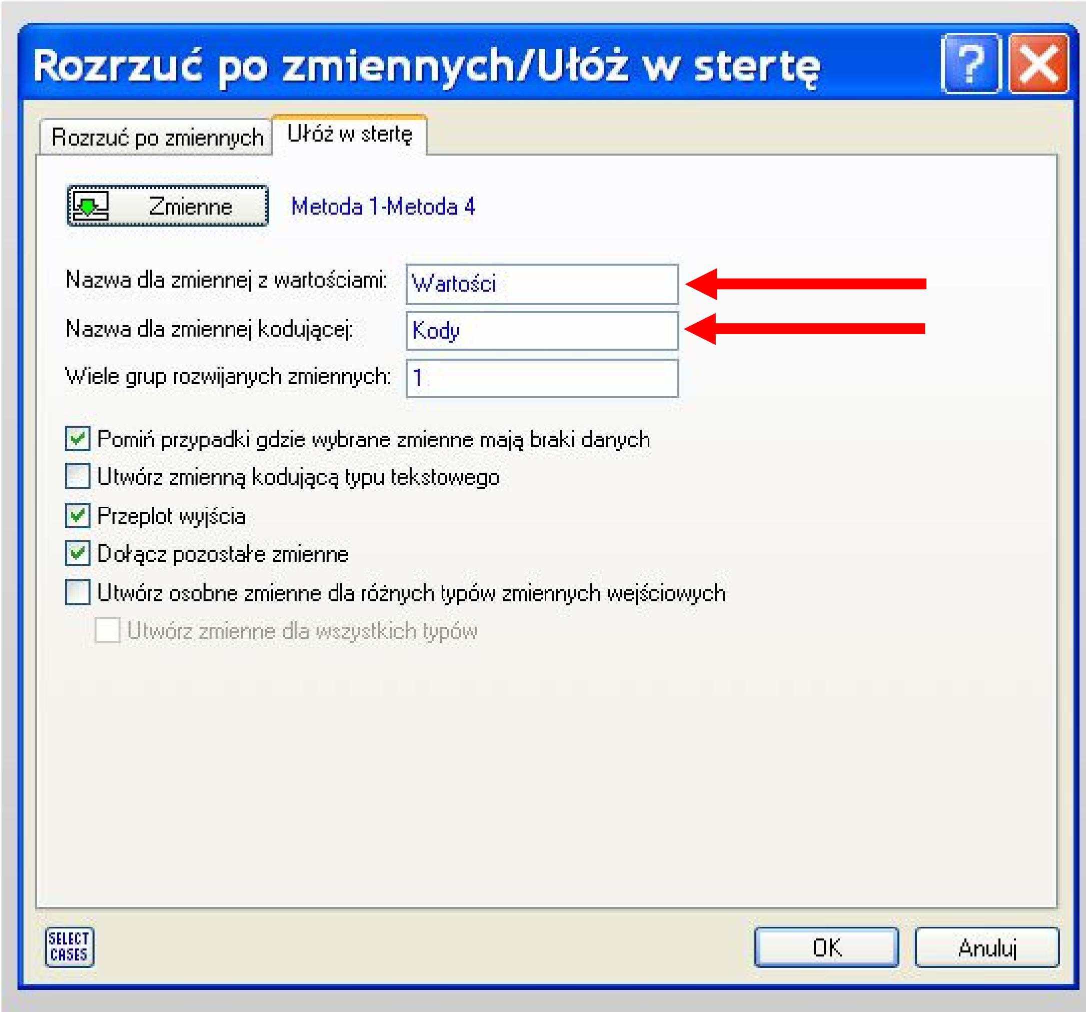
Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

... i w okienku **Wybierz zmienne z ...** zaznaczamy myszką nazwy kolumn. Przyciskamy **OK**.



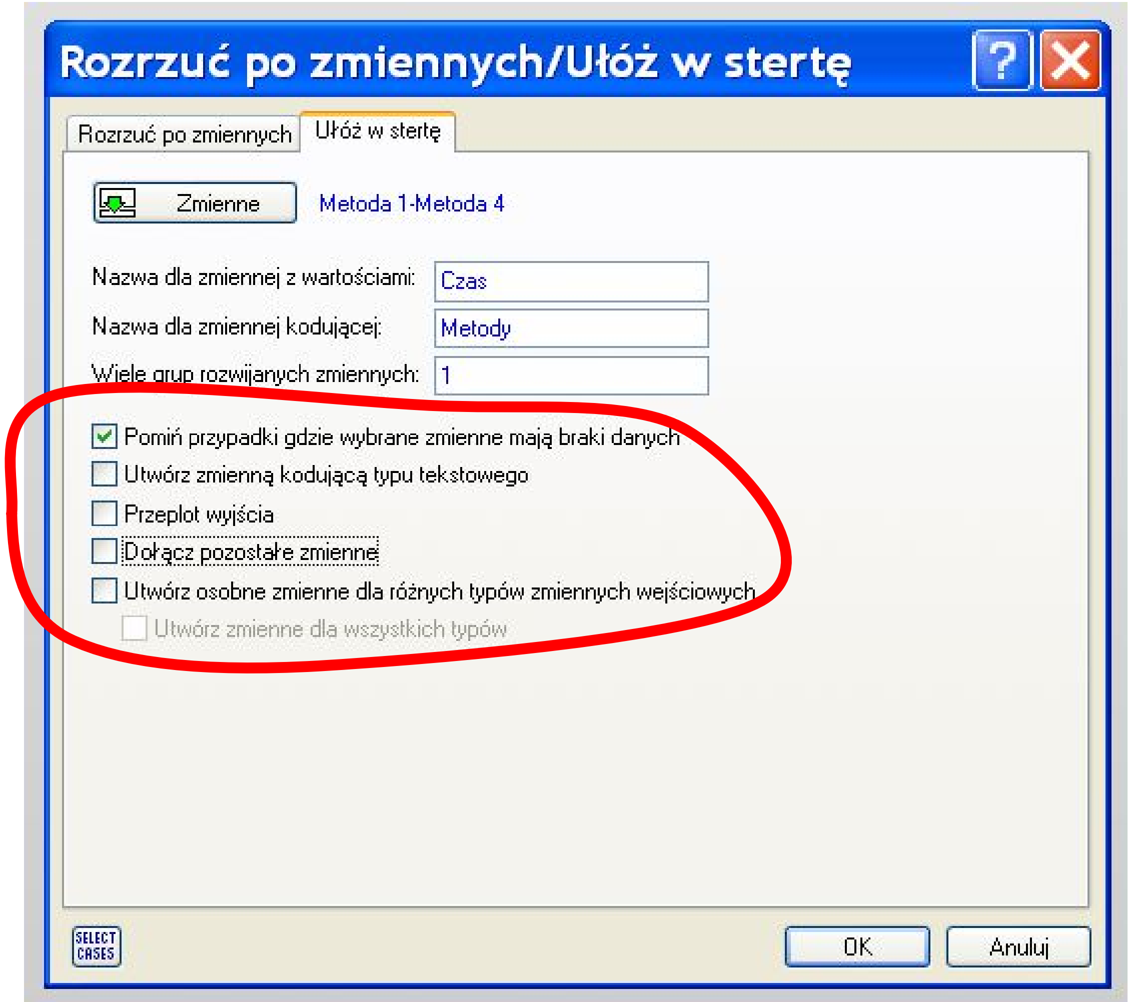
Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Można zmienić domyślne nazwy kolumn: zamiast **Wartości** wpisać **Czas**, a zamiast **Kody** wpisać **Metody.**



Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Znaczniki w polach obwiedzionych czerwoną linią ustawiamy, jak na załączonym zrzucie (czyścimy **Przeplot wyjścia** oraz **Dołącz pozostałe zmienne**), **OK**.



Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Otwiera się arkusz z danymi w postaci odpowiedniej do przeprowadzenia analizy wariancji: kolumna z pomiarami czasu oraz kolumna z nazwą metody (kolejność kolumn jest dowolna).

	1 Czas	2 Metody
1	9,1	Metoda 1
2	8,9	Metoda 1
3	8,4	Metoda 1
4	12,8	Metoda 1
5	8,7	Metoda 1
6	9,2	Metoda 1
7	7,6	Metoda 1
8	8,6	Metoda 1
9	8,9	Metoda 1
10	7,9	Metoda 1
11	10	Metoda 2
12	10,2	Metoda 2
13	9,8	Metoda 2
14	11,6	Metoda 2
15	9,5	Metoda 2
16	9,2	Metoda 2
17	8,6	Metoda 2
18	10,3	Metoda 2
19	9,4	Metoda 2
20	8,5	Metoda 2
21	10	Metoda 3
22	9,9	Metoda 3
23	9,8	Metoda 3
24	12,9	Metoda 3
25	11,2	Metoda 3

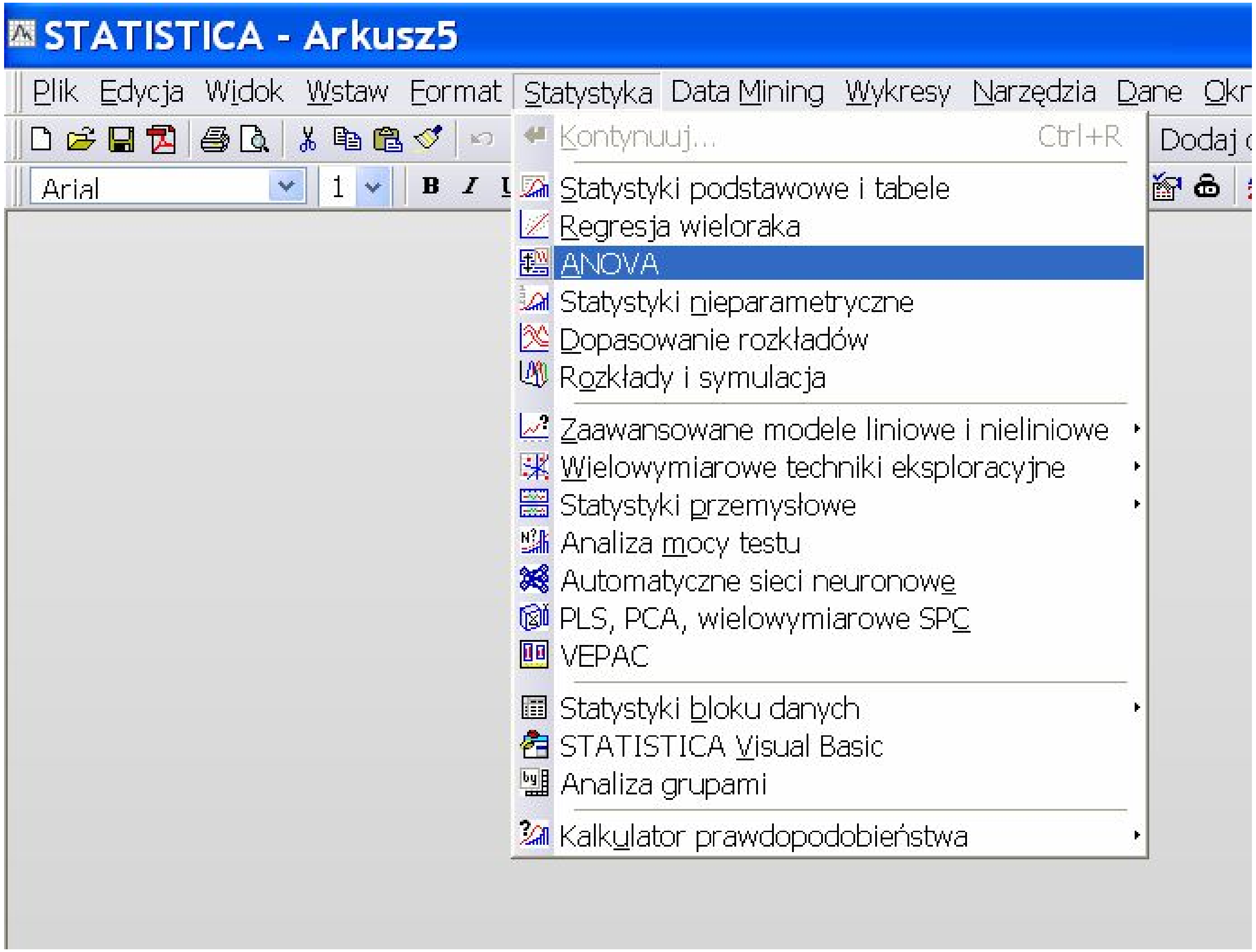
Uwaga. Ten arkusz z danymi musi być aktywny (trzeba na nim kliknąć) **zanim** wybierzemy analizę z menu głównego.

Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

W pakiecie można przeprowadzić jednoczynnikową analizę wariancji wybierając z menu głównego opcję **Statystyka**, z podmenu **Statystyki podstawowe i tabele**, a z okienka **Statystyki podstawowe i tabele** opcję **Przekroje, prosta ANOVA.**

Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Druga możliwość, to wybrać z menu głównego opcję **Statystyka**, z podmenu **ANOVA.**

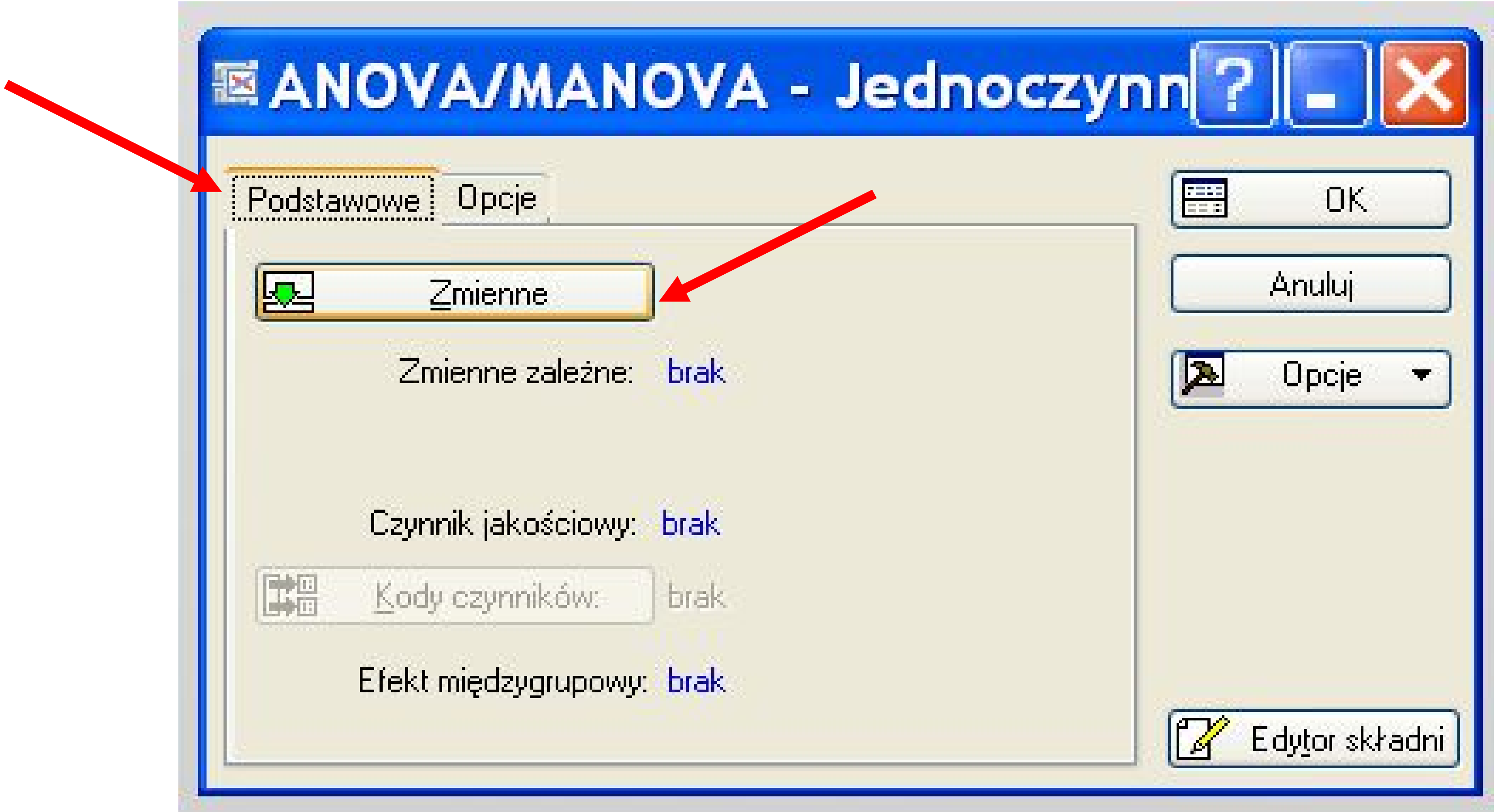


Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

W okienku **Ogólna ANOVA/MANOVA** wybieramy rodzaj analizy **Jednoczynnikowa ANOVA**, **OK**.

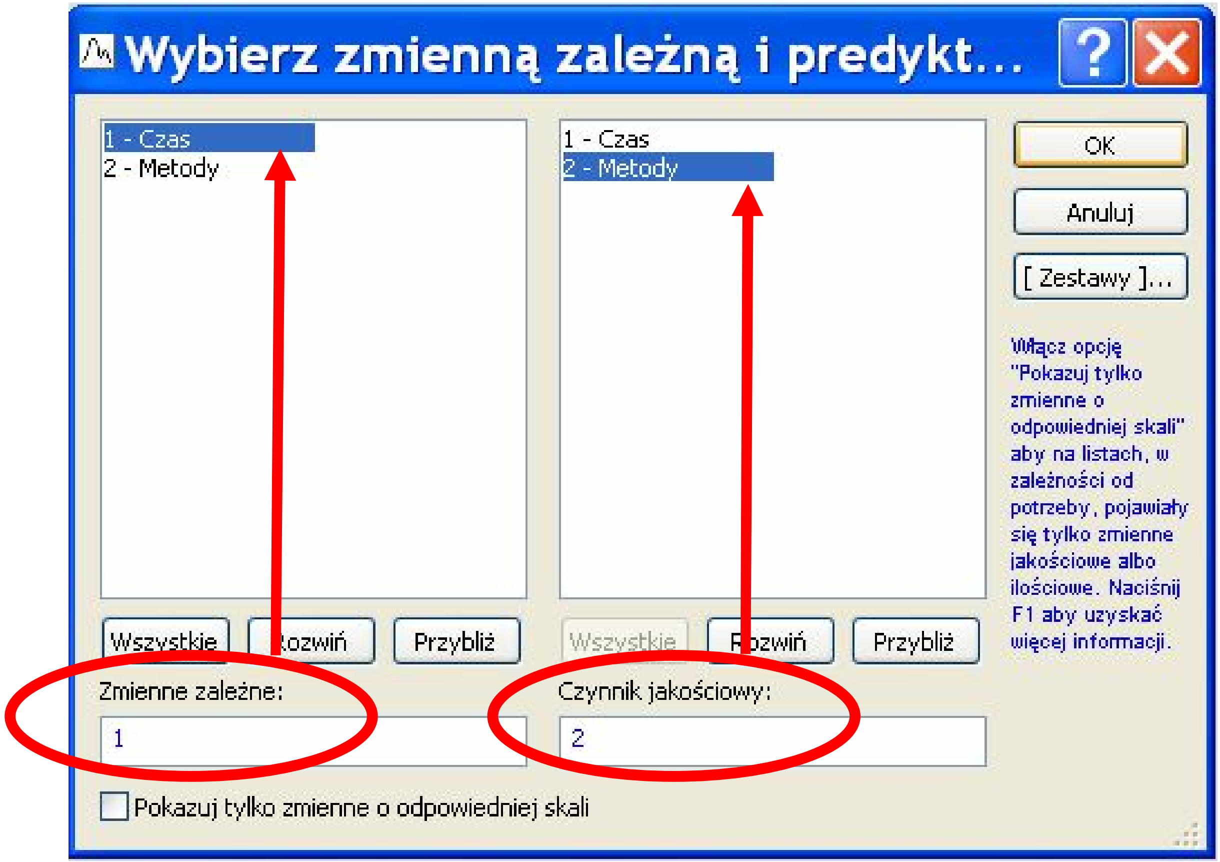
Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Na karcie **Podstawowe** przyciskamy przycisk **Zmienne**.



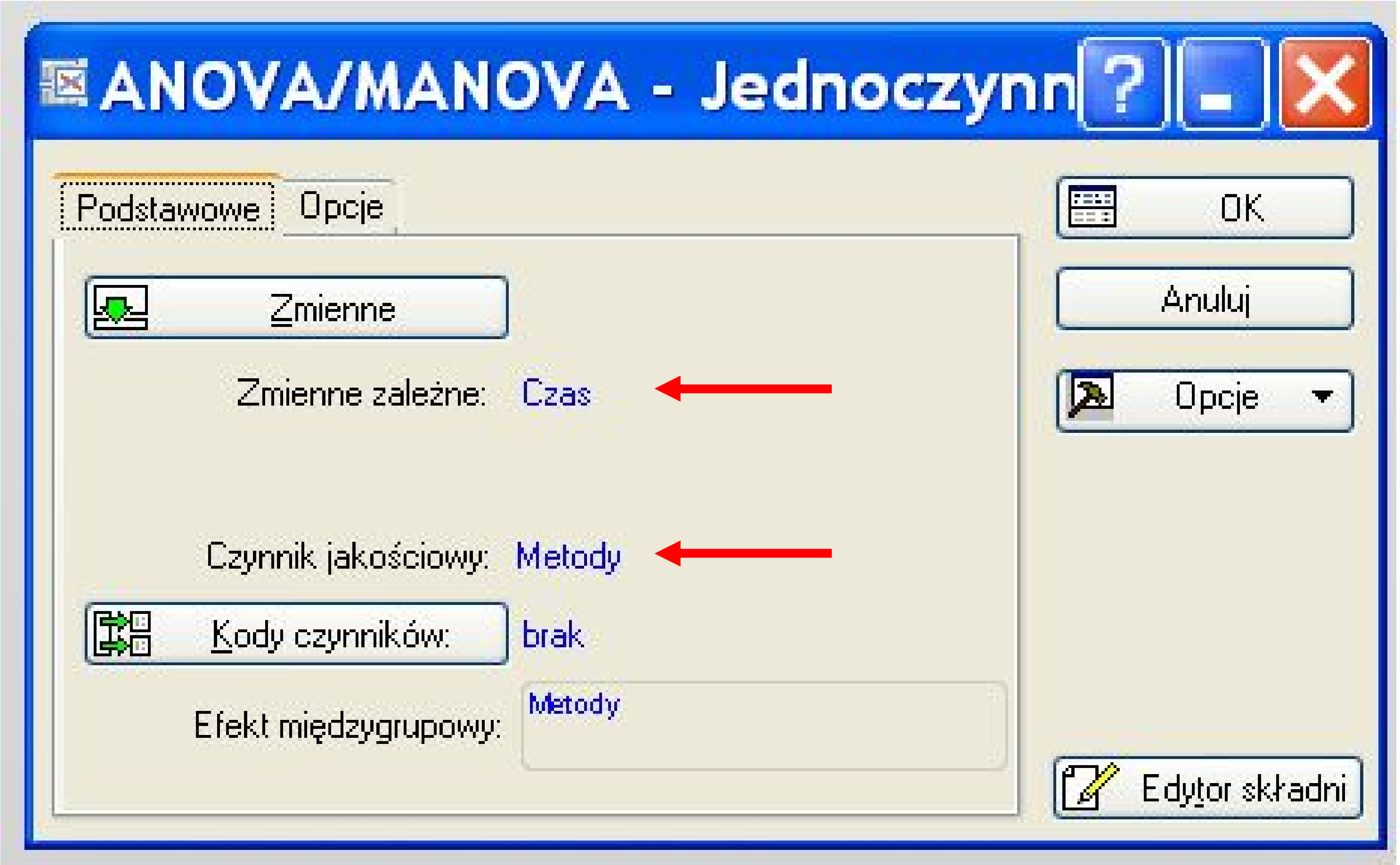
Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

W okienku **Wybierz zmienną zależną i predyktor .....** na pierwszej liście (dla zmiennej zależnej, czyli wielkości mierzonej w doświadczeniu) zaznaczamy myszką **Czas**, a na drugiej liście (dla czynnika jakościowego, czyli kolumny z nazwami metod) zaznaczamy **Metody**, **OK**.



Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

W okienku **ANOVA/MANOVA** na karcie **Podstawowe** zmienne zostały wybrane, OK.

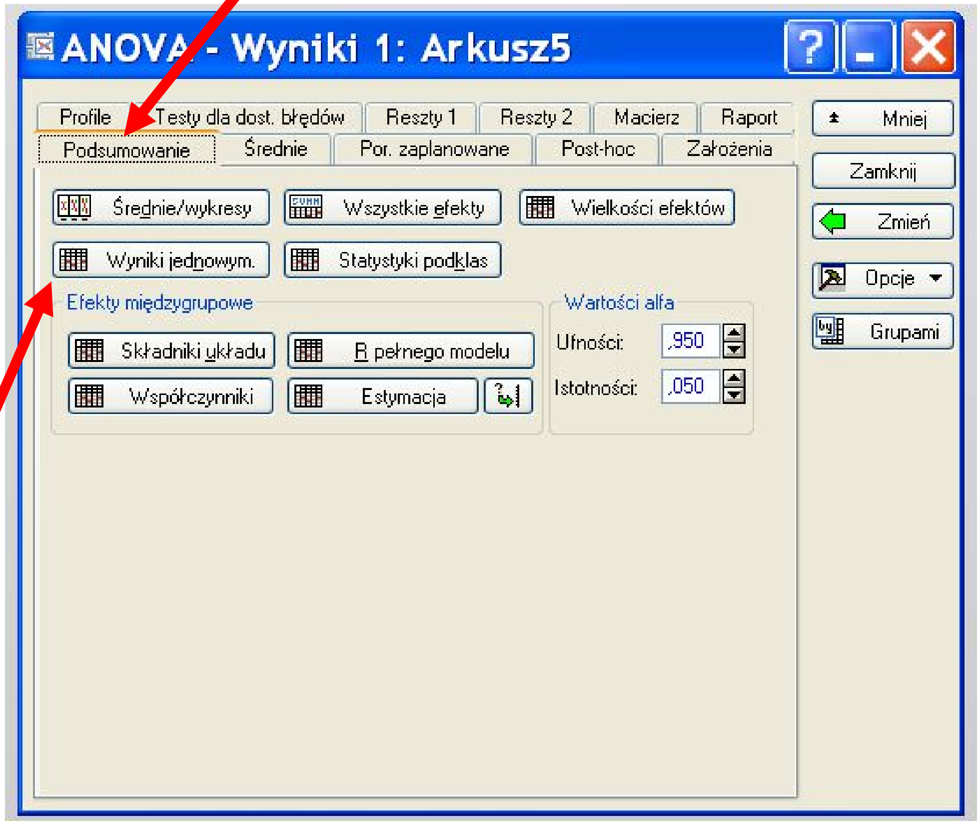


Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Okienko **ANOVA – Wyniki** nie pokazuje się całe, więc trzeba wybrać przycisk **Więcej wyników**.

Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

W powiększonym już okienku **ANOVA – Wyniki** wybieramy kartę **Podsumowanie** i widzimy opcje, jak na zrzucie:



Aby wyświetlić tabelę ANOVA, wybieramy przycisk **Wyniki jednowymiarowe.**

Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Wyświetla się tabela większa, niż klasyczna tabela ANOVA (z dodatkowym pierwszym wierszem).

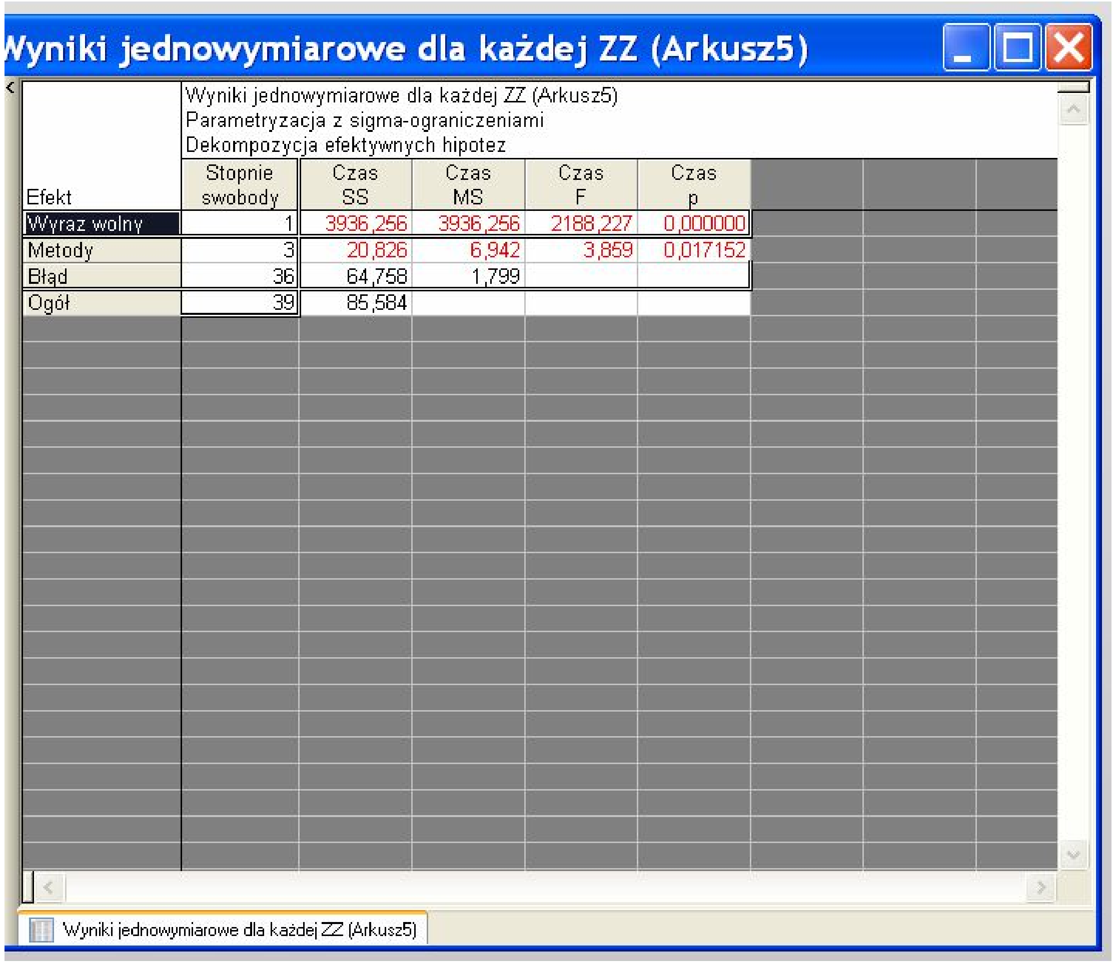
Wyniki jednowymiarowe dla każdej ZZ (Arkusz5)

Wyniki jednowymiarowe dla każdej ZZ (Arkusz5)
Parametryzacja z sigma-ograniczeniami
Dekompozycja efektywnych hipotez

Efekt	Stopnie swobody	Czas SS	Czas MS	Czas F	Czas p
Wyraz wolny	1	3936,256	3936,256	2188,227	0,000000
Metody	3	20,826	6,942	3,859	0,017152
Błąd	36	64,758	1,799		
Ogół	39	85,584			

Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Klikamy na komórce **Wyraz wolny** ...


Wyniki jednowymiarowe dla każdej ZZ (Arkusz5)

Wyniki jednowymiarowe dla każdej ZZ (Arkusz5)
Parametryzacja z sigma-ograniczeniami
Dekompozycja efektywnych hipotez

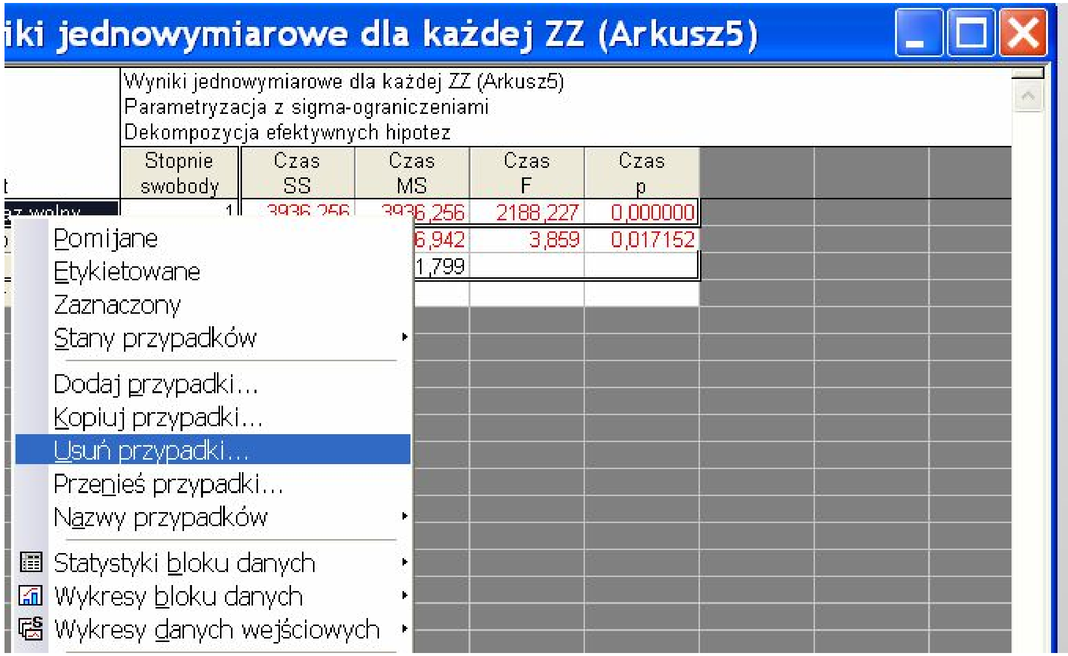
Efekt	Stopnie swobody	Czas SS	Czas MS	Czas F	Czas p
Wyraz wolny	1	3936,256	3936,256	2188,227	0,000000
Metody	3	20,826	6,942	3,859	0,017152
Błąd	36	64,758	1,799		
Ogół	39	85,584			

Wyniki jednowymiarowe dla każdej ZZ (Arkusz5)

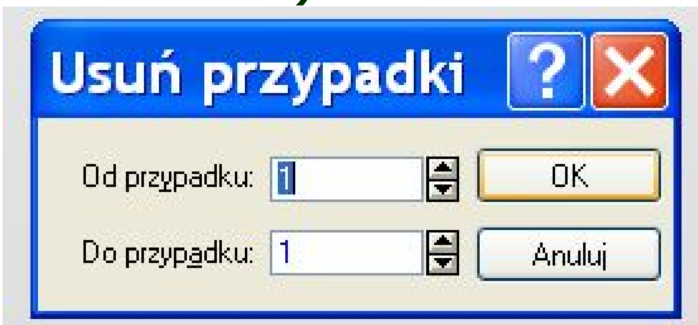
Prawym przyciskiem myszy otwieramy menu podręczne, ...

Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

... i wybieramy opcję **Usuń przypadki**.



Potwierdzamy przyciskiem **OK**, że chcemy usunąć przypadek 1 (czyli wiersz 1).



Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Otrzymaliśmy tabelę ANOVA.

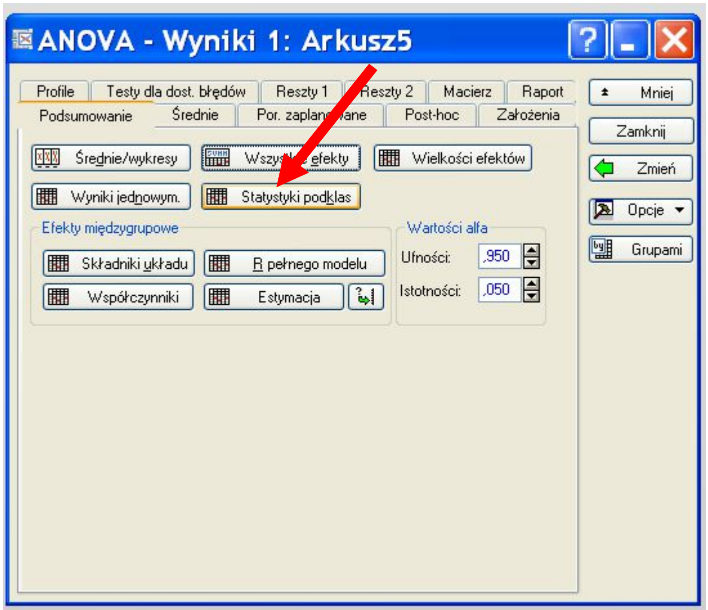
Efekt	Stopnie swobody	Czas SS	Czas MS	Czas F	Czas p
Metody	3	20,826	6,942	3,859	0,017152
Błąd	36	64,758	1,799		
Ogół	39	85,584			

Dobrze jest sprawdzić, czy zgadzaję się liczby stopni swobody dla metod (powinno być: liczba porównywanych metod-1), zwłaszcza, gdy dane przygotowywane były w arkuszu z użyciem kopiowania przez przeciąganie za uchwyt kopiujący z wciśniętym SHIFT lub bez SHIFT (zdarza się błędne zwielokrotnienie liczby porównywanych obiektów).
Łatwo sprawdzić, czy zgadzaję się liczby stopni swobody ogółem (powinno być: liczba wszystkich jednostek doświadczalnych, czyli pacjentów-1).

Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Okno analizy **ANOVA – Wyniki** zostało zwinięte w lewym dolnym rogu. Klikamy na nie, żeby kontynuować działania.

W okienku analizy wybieramy przycisk **Statystyki podklas**.



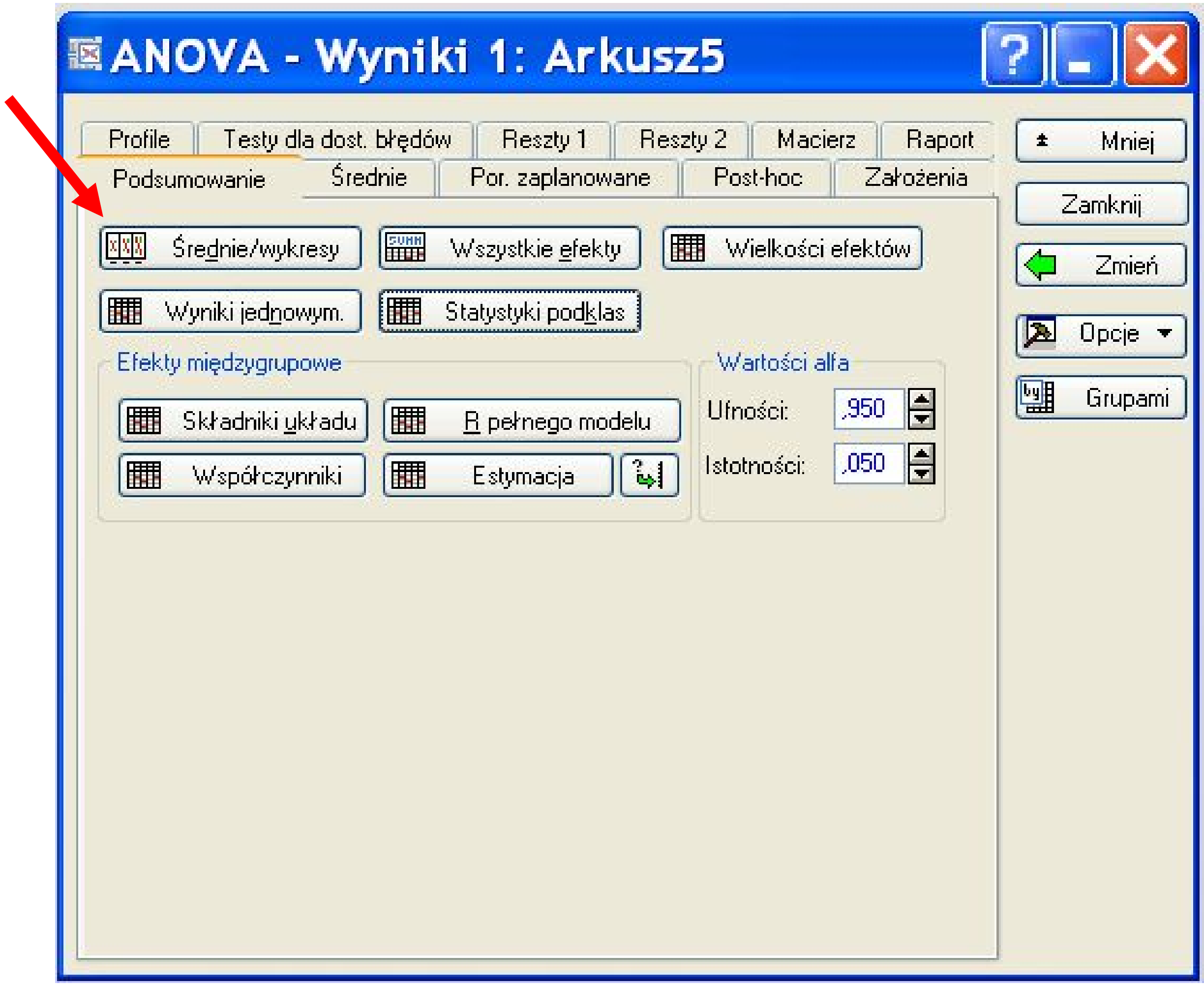
Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Wyświetla się tabelka ze statystykami opisowymi dla metod, m. in. średnim czasem i odchyleniem standardowym.

Efekt	Poziom Czynnika	N	Czas Średnie	Czas Odch.st.	Czas Bł. std.	Czas -95,00%	Czas +95,00%
Ogół		40	9,92000	1,481372	0,234225	9,446234	10,39377
Metody	Metoda 1	10	9,01000	1,425521	0,450789	7,990243	10,02976
Metody	Metoda 2	10	9,71000	0,903635	0,285754	9,063579	10,35642
Metody	Metoda 3	10	9,94000	1,335165	0,422216	8,984880	10,89512
Metody	Metoda 4	10	11,02000	1,601250	0,506360	9,874535	12,16546

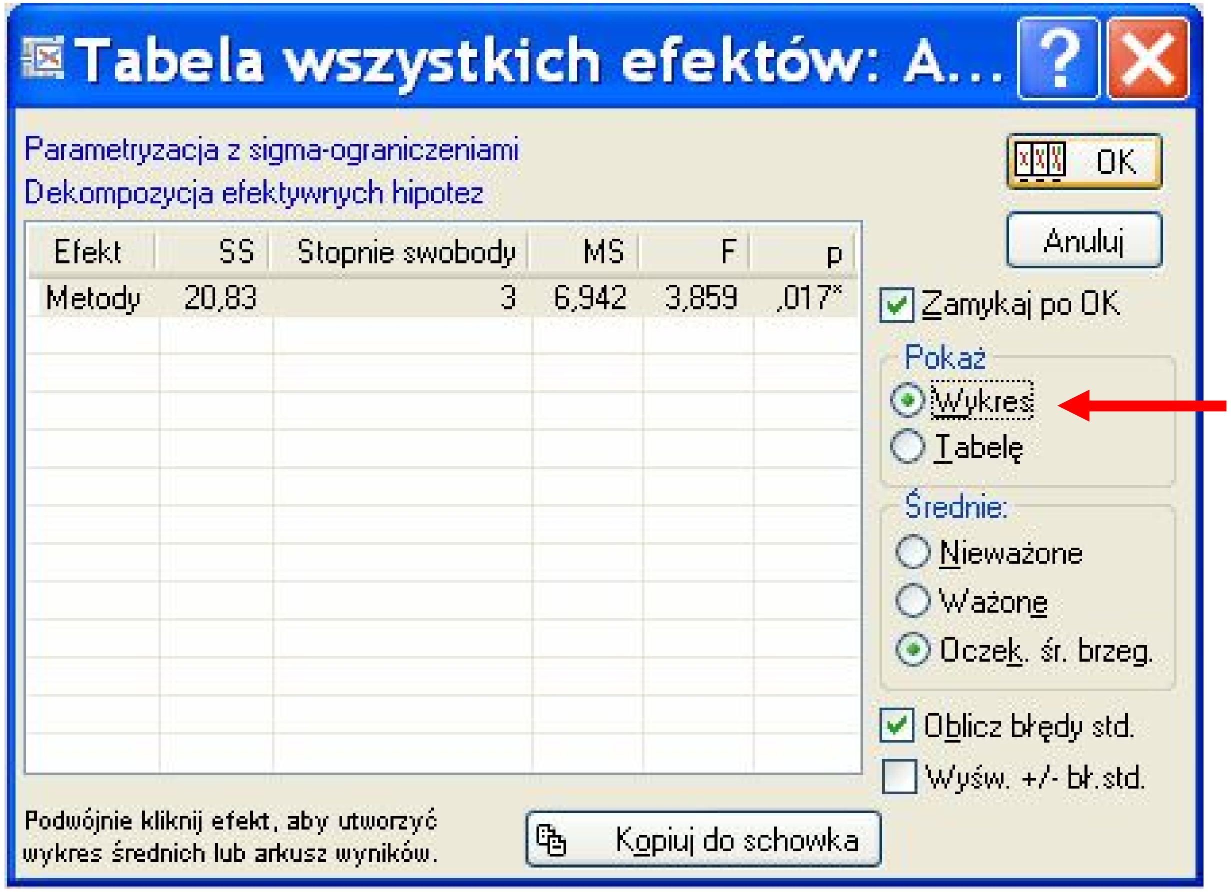
Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Ponownie podnosimy z lewego dolnego rogu okienko analizy **ANOVA – Wyniki** i wybieramy przycisk **Średnie/wykresy**.



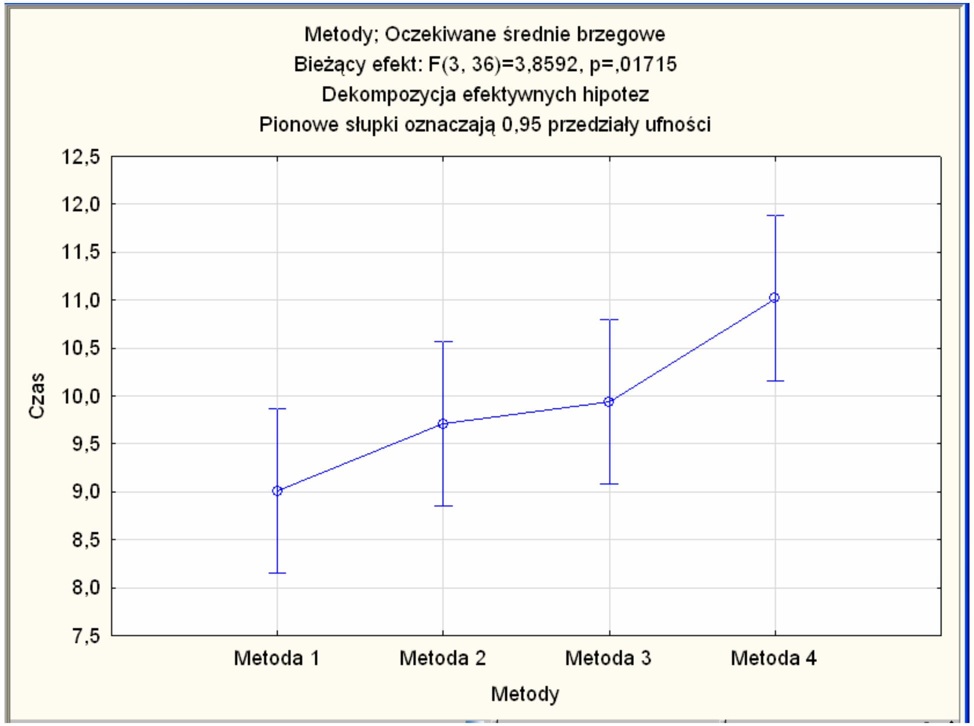
Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

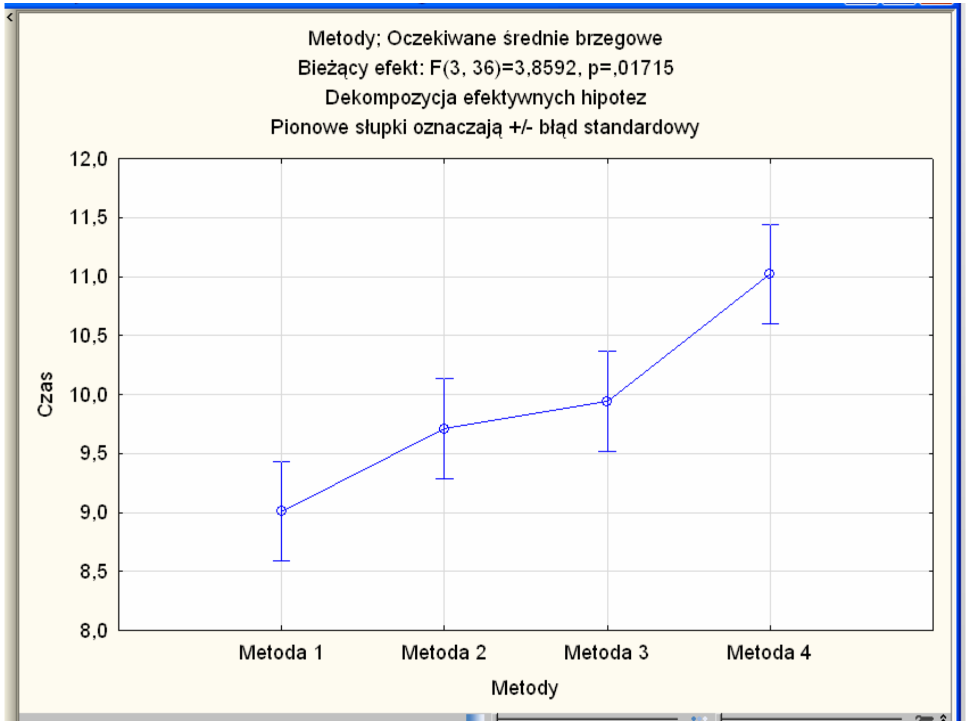
W oknie **Tabela wszystkich efektów** zaznaczamy **Pokaż wykres**, **OK**.



Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

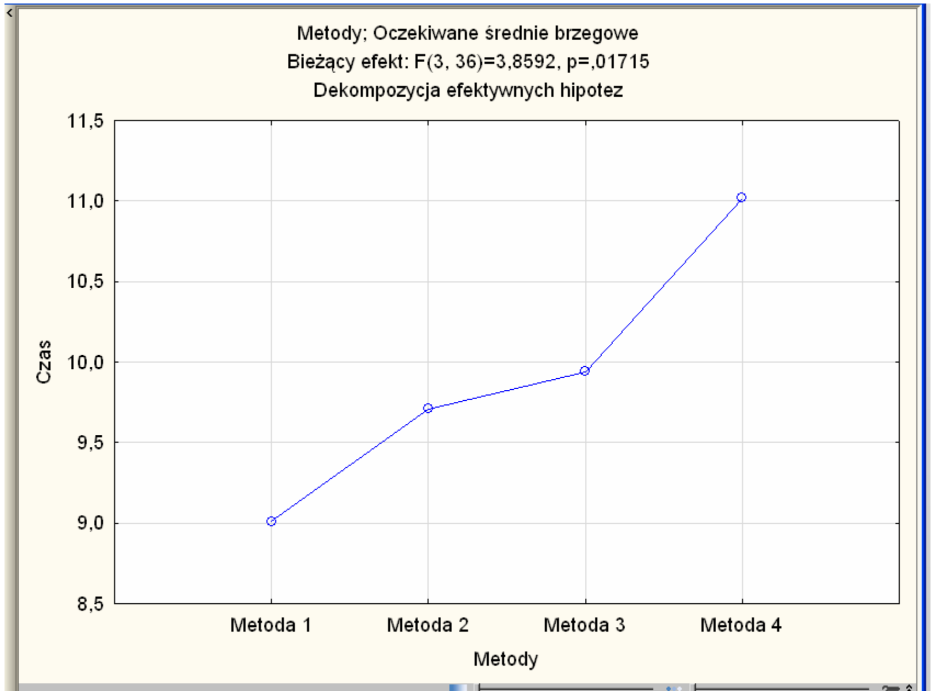
Wyświetla się wykres ze średnimi i przedziałami ufności albo wykres ze średnimi i błędami standardowymi średnich, albo ...

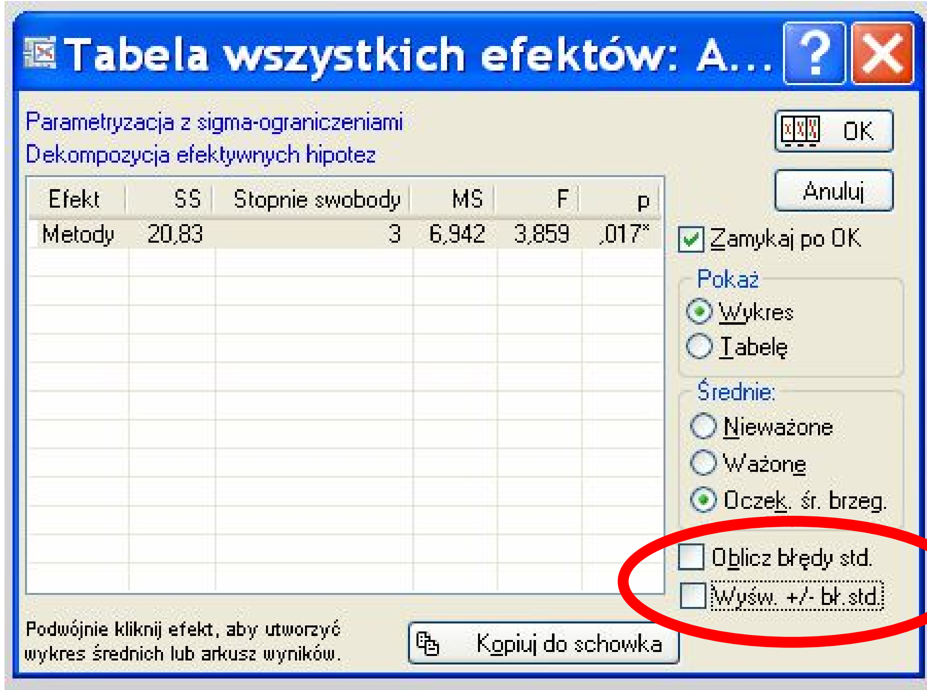




Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

... wykres samych średnich, w zależności od tego, jakie pole jest zaznaczone w okienku **Tabela wszystkich efektów**.





Postępowanie po analizie wariancji

Przykład

Analiza wariancji dla czasu krzepnięcia wykazała, że średnie dla metod są istotnie zróżnicowane (H_0 odrzucona).

Teraz chcemy wiedzieć, które z rozpatrywanych średnich różnią się między sobą, a które nie.

W tym celu wykonujemy porównania poszczególnych średnich z zastosowaniem testów post-hoc.

Porównania szczegółowe dla przykładu

Średnie wyniki pomiaru czasu krzepnięcia osocza krwi dla metod

	Metoda 1	Metoda 2	Metoda 3	Metoda 4
średnie	9,01	9,71	9,94	11,02

Porównania szczegółowe

1. procedura NIR Fishera (oparta na teście t-Studenta)
2. procedura Tukeya (test HSD)
3. procedura Spjotvolla i Stoline'a
4. procedura Sheffego
5. metoda Bonferroniego
6. procedura Newmana-Keulsa

Wyniki doświadczenia

Średnie arytmetyczne dla metod (średnie obiektowe) ustawiamy w kolejności rosnącej:

	Średnia arytmet.			
Metoda 1	9,01			
Metoda 2	9,71			
Metoda 3	9,94			
Metoda 4	11,02			

Zastosowanie testu NIR Fishera

Test *t* dla dwóch prób niezależnych

Hipoteza zerowa — Hipoteza alternatywna

H$_0$: $\mu_i = \mu_j$ — H$_1$: $\mu_i \neq \mu_j$

Test *t*-Studenta, poziom istotności α

Funkcja testowa: $t = \dfrac{\overline{x}_i - \overline{x}_j}{s_r}$

gdzie: $s_r = \sqrt{s_e^2\left(\dfrac{1}{n_i} + \dfrac{1}{n_j}\right)}$ błąd stand. różnicy średnich,

s_e^2 ocena wspólnej wariancji

<u>Wnioskowanie</u>: Jeżeli $|\, t \,| > t_{\alpha,\, v}$ to hipotezę H$_0$ odrzucamy, w przeciwnym przypadku H$_0$ nie można odrzucić; $v = n_1 + n_2 - 2$

Na podstawie testu *t*-Studenta

H_0: $\mu_i = \mu_j$

$\left| t \right| > t_{\alpha,\nu}$ - to H_0 odrzucamy, $t = \dfrac{\bar{x}_i - \bar{x}_j}{s_r}$

$\left| \dfrac{\bar{x}_i - \bar{x}_j}{s_r} \right| > t_{\alpha,\nu}$ - to H_0 odrzucamy

$\left| \bar{x}_i - \bar{x}_j \right| > t_{\alpha,\nu} \cdot s_r$ - to H_0 odrzucamy

$$NIR = t_{\alpha,\nu} \cdot s_r$$

$\left| \bar{x}_i - \bar{x}_j \right| > NIR$ - to H_0 odrzucamy

Na podstawie testu *t*-Studenta

H$_0$: $\mu_i = \mu_j$

$\left| \bar{x}_i - \bar{x}_j \right| > NIR$ - to H$_0$ odrzucamy, $NIR = t_{\alpha,\nu} \cdot s_r$

gdzie: $s_r = \sqrt{s_e^2\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}$, ocena s_e^2 wspólnej wariancji.

Do porównań szczegółowych bierzemy wartości z tabeli analizy wariancji:

- w miejsce s_e^2 - średni kwadrat dla błędu MS$_E$
- za ν podstawiamy Df$_E$

NIR oparty na teście *t*-Studenta

$$NIR = t_{\alpha,\, Df_E} \cdot \sqrt{MS_E\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}$$

$t_{\alpha,\, Df_E}$ - wartość krytyczna z rozkładu Studenta

α – poziom istotności dla hipotezy globalnej

Df_E, MS_E – z tabeli analizy wariancji

n_i, n_j – liczby jednostek statystycznych dla i-tego oraz j-tego obiektu

Tabela ANOVA dla przykładu

Źródła zm.	SS	Df	MS	F_{emp}	wartość p
Metody (Czynnik A)	20,826	3	6,942	3,859	0,017
Błąd losowy E	64,758	36	1,799		
Całkowita T	85,584	39			

MS_E = 1,799, Df_E = 36

NIR *t*-Studenta dla przykładu

$$NIR = t_{\alpha,\, Df_E} \cdot \sqrt{MS_E\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}$$

$MS_E = 1{,}799$, $Df_E = 36$

$$t_{\alpha,\, DfE} = t_{0{,}05,\, 36} = 2{,}028$$

$n_i = n_j = 10$

$$NIR = 2{,}028 \cdot \sqrt{1{,}799 \cdot \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10}\right)} = 1{,}216$$

Wyniki doświadczenia

Średnie arytmetyczne dla metod ustawiamy w kolejności rosnącej:

	Średnia arytmet.			
Metoda 1	9,01			
Metoda 2	9,71			
Metoda 3	9,94			
Metoda 4	11,02			

NIR = 1,216

Wydzielanie grup jednorodnych

	Średnia arytmet.			
Metoda 1	9,01			
Metoda 2	9,71			
Metoda 3	9,94			
Metoda 4	11,02			

NIR = 1,216

Czy μ_1, μ_2 różnią się istotnie?

$$\left|\,\overline{x}_2 - \overline{x}_1\,\right| = \left|\,9{,}71 - 9{,}01\,\right| = 0{,}7 < NIR$$

Wydzielanie grup jednorodnych

	Średnia arytmet.	Grupa jednorodna 1		
Metoda 1	9,01	*		
Metoda 2	9,71	*		
Metoda 3	9,94			
Metoda 4	11,02			

NIR = 1,216

Czy μ_1, μ_2 różnią się istotnie?

$$\left| \bar{x}_2 - \bar{x}_1 \right| = \left| 9{,}71 - 9{,}01 \right| = 0{,}7 < NIR$$

Średnie μ_1, μ_2 nie różnią się istotnie i można je zaliczyć do tej samej grupy jednorodnej G1.

Wydzielanie grup jednorodnych

	Średnia arytmet.	Grupa jednorodna 1		
Metoda 1	9,01	*		
Metoda 2	9,71	*		
Metoda 3	9,94			
Metoda 4	11,02			

NIR = 1,216

Czy do tej samej grupy można zaliczyć też μ_3?

$$\left| \bar{x}_3 - \bar{x}_1 \right| = \left| 9{,}94 - 9{,}01 \right| = 0{,}93 < NIR$$

Wydzielanie grup jednorodnych

	Średnia arytmet.	Grupa jednorodna 1		
Metoda 1	9,01	*		
Metoda 2	9,71	*		
Metoda 3	9,94	*		
Metoda 4	11,02			

NIR = 1,216

Czy do tej samej grupy można zaliczyć też μ_3?

$$\left| \bar{x}_3 - \bar{x}_1 \right| = \left| 9{,}94 - 9{,}01 \right| = 0{,}93 < NIR$$

Tak, średnie μ_1, μ_2, μ_3 nie różnią się istotnie.

Wydzielanie grup jednorodnych

	Średnia arytmet.	Grupa jednorodna 1		
Metoda 1	9,01	*		
Metoda 2	9,71	*		
Metoda 3	9,94	*		
Metoda 4	11,02			

NIR = 1,216

Czy do tej samej grupy można zaliczyć też μ_4?

$$\left| \bar{x}_4 - \bar{x}_1 \right| = \left| 11{,}02 - 9{,}01 \right| = 2{,}01 > NIR$$

Wydzielanie grup jednorodnych

	Średnia arytmet.	Grupa jednorodna 1		
Metoda 1	9,01	*		
Metoda 2	9,71	*		
Metoda 3	9,94	*		
Metoda 4	11,02			

NIR = 1,216

Czy do tej samej grupy można zaliczyć też μ_4?

$$|\,\overline{x}_4 - \overline{x}_1\,| = |\,11{,}02 - 9{,}01\,| = 2{,}01 > NIR$$

Nie, średnie μ_1, μ_4 różnią się istotnie.

Wydzielanie grup jednorodnych

	Średnia arytmet.	Grupa jednorodna 1	Grupa jednorodna 2	
Metoda 1	9,01	*		
Metoda 2	9,71	*		
Metoda 3	9,94	*		
Metoda 4	11,02			

NIR = 1,216

Czy μ_2, μ_3, μ_4 mogą być w tej samej grupie?

$$\left| \bar{x}_4 - \bar{x}_2 \right| = \left| 11{,}02 - 9{,}71 \right| = 1{,}31 > NIR$$

Wydzielanie grup jednorodnych

	Średnia arytmet.	Grupa jednorodna 1	Grupa jednorodna 2	
Metoda 1	9,01	*		
Metoda 2	9,71	*		
Metoda 3	9,94	*		
Metoda 4	11,02			

NIR = 1,216

Czy μ_2, μ_3, μ_4 mogą być w tej samej grupie?

$$\left| \bar{x}_4 - \bar{x}_2 \right| = \left| 11{,}02 - 9{,}71 \right| = 1{,}31 > NIR$$

Nie, średnie μ_2, μ_4 różnią się istotnie.

Wydzielanie grup jednorodnych

	Średnia arytmet.	Grupa jednorodna 1	Grupa jednorodna 2	
Metoda 1	9,01	*		
Metoda 2	9,71	*		
Metoda 3	9,94	*		
Metoda 4	11,02			

NIR = 1,216

Czy μ_3, μ_4 mogą być w tej samej grupie?

$$\left| \bar{x}_4 - \bar{x}_3 \right| = \left| 11{,}02 - 9{,}94 \right| = 1{,}08 < NIR$$

Wydzielanie grup jednorodnych

	Średnia arytmet.	Grupa jednorodna 1	Grupa jednorodna 2	
Metoda 1	9,01	*		
Metoda 2	9,71	*		
Metoda 3	9,94	*	*	
Metoda 4	11,02		*	

NIR = 1,216

Czy μ_3, μ_4 mogą być w tej samej grupie?

$$|\,\overline{x}_4 - \overline{x}_3\,| = |\,11{,}02 - 9{,}94\,| = 1{,}08 < NIR$$

Tak, średnie μ_3, μ_4 nie różnią się istotnie.

Grupy jednorodne w przykładzie

	Średnia arytmet.	Grupa jednorodna 1	Grupa jednorodna 2	
Metoda 1	9,01	*		
Metoda 2	9,71	*		
Metoda 3	9,94	*	*	
Metoda 4	11,02		*	

NIR = 1,216

Do grupy jednorodnej zaliczamy średnie obiektowe, które nie wykazują istotnego zróżnicowania.

W przykładzie wydzielono dwie grupy jednorodne. W jednej są M1, M2, M3, a w drugiej M3, M4.

NIR Fishera

Sformułowana przez Fishera w 1949 r. (historycznie najwcześniejsza).

NIR (Najmniejszej Istotnej Różnicy, LSD Least Significant Difference) oparty na teście t-Studenta

$$NIR = t_{\alpha,\, Df_E} \cdot \sqrt{MS_E\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}$$

Jeżeli $\left| \bar{x}_i - \bar{x}_j \right| > NIR$ to μ_i , μ_j różnią się istotnie na poziomie istotności α.

Można stosować do porównywania prób o równej lub różnej liczebności, ale nie jest polecany, bo błąd I rodzaju (odrzucenia H_0 prawdziwej) rośnie wraz ze wzrostem liczby porównań.

NIR Tukeya

$$NIR^T = q_{\alpha,\, Df_E,\, \mathrm{a}} \cdot \sqrt{\frac{MS_E}{n}}$$

$q_{\alpha,\, Df_E,\, \mathrm{a}}$ - wartość krytyczna studentyzowanego rozstępu

α – poziom istotności dla hipotezy globalnej

a – liczba porównywanych obiektów (średnich obiektowych)

Df_E, MS_E – z tabeli analizy wariancji

n – liczba jednostek statystycznych dla każdego obiektu (musi być jednakowa)

NIR Tukeya dla przykładu

$$NIR^T = q_{\alpha,\, Df_E,\, \mathrm{a}} \cdot \sqrt{\frac{MS_E}{n}}$$

MS_E = 1,799, Df_E = 36

$$q_{\alpha,\, Df_E,\, \mathrm{a}} = q_{\ 0{,}05,\, 36,\, 4} = 3{,}809$$

n = 10

$$NIR^T = 3{,}809 \cdot \sqrt{\frac{1{,}799}{10}} \cdot = 1{,}616$$

Grupy jednorodne wg NIR Tukeya

	Średnia arytmet.	Grupa jednorodna 1	Grupa jednorodna 2	
Metoda 1	9,01	*		
Metoda 2	9,71	*	*	
Metoda 3	9,94	*	*	
Metoda 4	11,02		*	

NIR = 1,216

NIR^T = 1,615

Metoda Tukeya rzadziej odrzuca pojedyncze porównania – jest bardziej konserwatywna (i wydziela mniej grup niż NIR Fishera).

Test Tukeya

Test Tukeya – HSD test (*ang*. Honestly Significant Difference, test uczciwie istotnej różnicy)

Wymaga prób o równej liczebności dla porównywanych obiektów.

Pozwala budować równoczesne przedziały ufności.

Niezależnie od liczby wykonanych porównań p-stwo popełnienia błędu I rodzaju dla wszystkich porównań nie przekracza określonego przez badacza poziomu istotności.

Najczęściej używana procedura.

Procedura Spjotvolla i Stoline'a

$$NIR^{SS} = q'_{\alpha,\, Df_E,\, \mathrm{a}} \cdot \sqrt{\frac{MS_E}{\min(n_i, n_j)}}$$

$q'_{\alpha,\, Df_E,\, \mathrm{a}}$ - wartość krytyczna z tablic Stoline'a

α – poziom istotności dla hipotezy globalnej

a – liczba porównywanych obiektów (średnich obiektowych)

Df_E, MS_E – z tabeli analizy wariancji

n_i, n_j – liczby jednostek statystycznych dla i-tego oraz j-tego obiektu

Procedura Spjotvolla i Stoline'a

Spjotvoll i Stoline zaproponowali (1973) uogólnienie procedury Tukeya na przypadek nierównych liczebności dla porównywanych obiektów (przy znacznych nierównościach).

Rzadko stosowana (tablice?)

Procedura Sheffego

$$NIR^{Sh} = \sqrt{(a-1)F_{\alpha, Df_A, Df_E} \cdot MS_E\left(\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_j}\right)}$$

F_{α, Df_A, Df_E} - wartość kwantyla z rozkładu F

a – liczba porównywanych średnich

Stosowana do porównywania prób o równych bądź różnych liczebnościach.
Niezależnie od liczby porównań mamy zagwarantowany poziom istotności. Najbardziej konserwatywna (rzadziej stwierdzamy istotność, niż w innych testach). Coraz rzadziej stosowana.

Metoda Bonferroniego

$$NIR = t_{\alpha/(2p)} \cdot \sqrt{MS_E\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}$$

p – liczba wszystkich porównań

$$p = \binom{\mathrm{a}}{2} = 0{,}5\mathrm{a} \cdot (\mathrm{a} - 1)$$

$t_{\alpha/(2p)}$ - wartość odpowiedniego kwantyla z rozkładu t-Studenta

Poziom istotności dla całego zbioru porównań jest równy α.

NIR Newmana-Keulsa

$$NIR^{NK} = q_{\alpha,\, Df_E,\, \mathrm{k}} \cdot \sqrt{\frac{MS_E}{n}}$$

$q_{\alpha,\, Df_E,\, \mathrm{k}}$ - wartość krytyczna studentyzowanego rozstępu

α – poziom istotności dla hipotezy globalnej

k – liczba średnich w grupie

Df_E, MS_E – z tabeli analizy wariancji

n – liczba jednostek statystycznych dla każdego obiektu

NIR Newmana-Keulsa dla przykładu

$$NIR^{NK} = q_{\alpha,\, Df_E,\, \mathrm{k}} \cdot \sqrt{\frac{MS_E}{n}}$$

$q_{0,05,\, 36,\, \mathrm{k}}$ - wartość krytyczna studentyzowanego

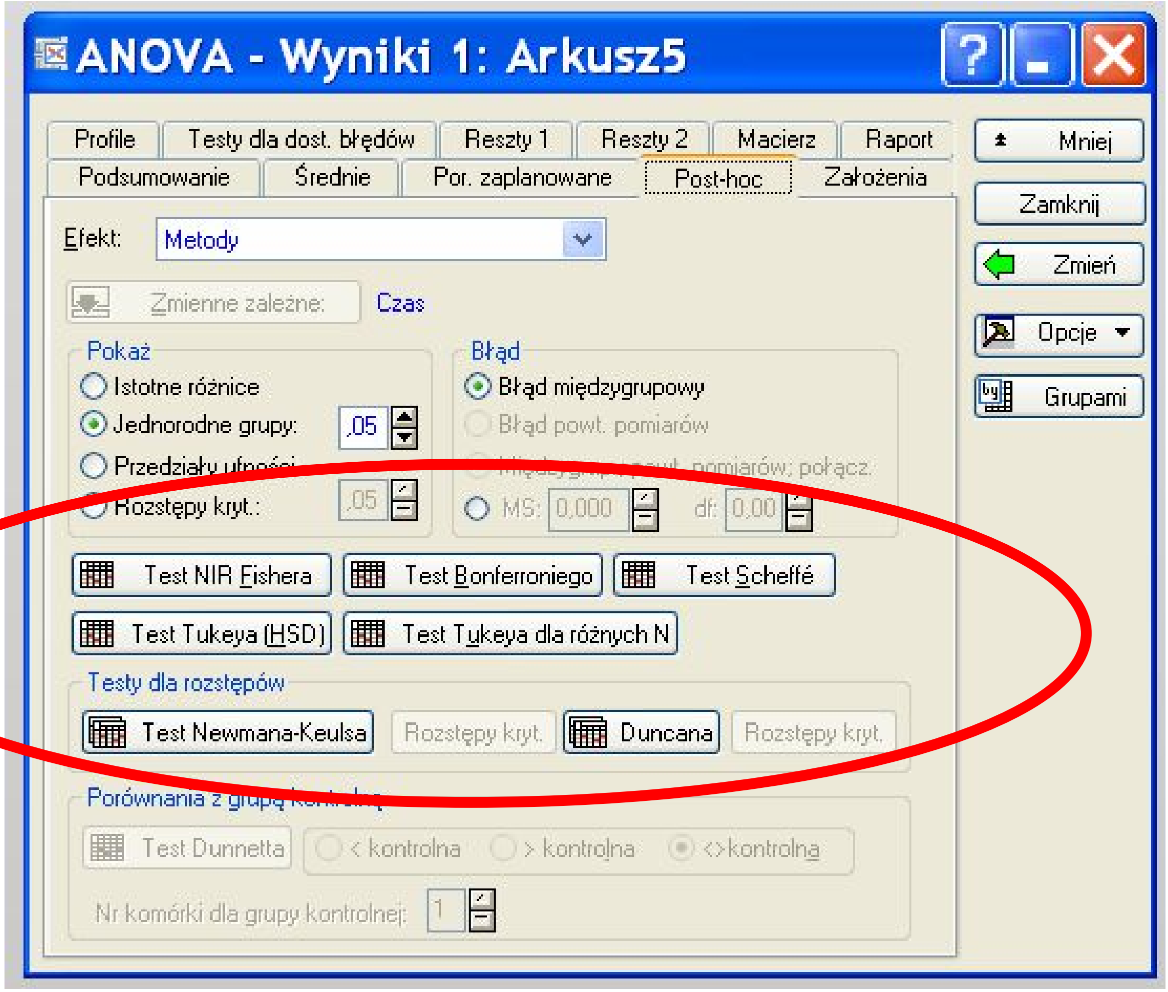
k – liczba średnich w grupie

MS_E = 1,799, n =10

k	$q_{0,05,\, 36,\, \mathrm{k}}$	$NIR^{NK(\mathrm{k})}$
2	2,865	1,251
3	3,016	1,279
4	3,112	1,320

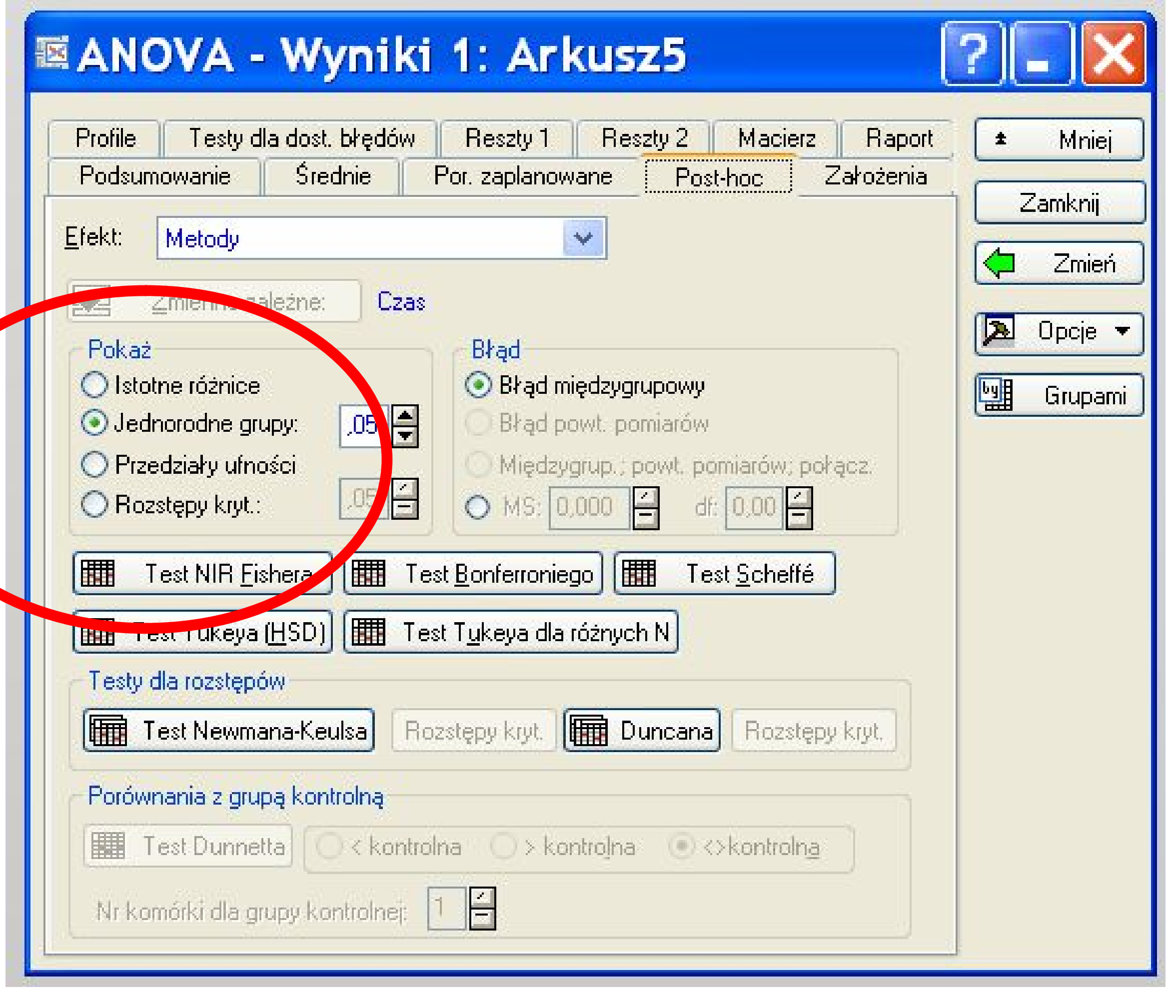
Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Lista dostępnych testów jest wyświetlona po wybraniu karty **Post-hoc** w oknie **ANOVA-Wyniki.**



Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

W polu **Pokaż** wybieramy postać wyników.



Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Wybieramy test Sheffego (najbardziej konserwatywny) i test NIR (najmniej konserwatywny), postać wyników to grupy jednorodne:

Test Scheffego; zmienna Czas (Ar

Test Scheffego; zmienna Czas (Arkusz5)
Grupy jednorodne, alfa = ,05000
Błąd: MS międzygrupowe = 1,7988, df = 36,000

Nr podkl.	Metody	Czas Średnie	1	2
1	Metoda 1	9,01000	****	
2	Metoda 2	9,71000	****	****
3	Metoda 3	9,94000	****	****
4	Metoda 4	11,02000		****

Test NIR; zmienna Czas (Arkusz5)

Test NIR; zmienna Czas (Arkusz5)
Grupy jednorodne, alfa = ,05000
Błąd: MS międzygrupowe = 1,7988, df = 36,000

Nr podkl.	Metody	Czas Średnie	1	2
1	Metoda 1	9,01000	****	
2	Metoda 2	9,71000	****	
3	Metoda 3	9,94000	****	****
4	Metoda 4	11,02000		****

Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Wybieramy test Tukeya HSD, postać wyników to istotne różnice:

Test HSD Tukeya; zmienna Czas (Arkusz5)

Test HSD Tukeya; zmienna Czas (Arkusz5)
Przybliżone prawdopodobieństwa dla testów post hoc
Błąd: MS międzygrupowe = 1,7988, df = 36,000

Nr podkl.	Metody	{1} 9,0100	{2} 9,7100	{3} 9,9400	{4} 11,020
1	Metoda 1		0,651167	0,419105	0,009916
2	Metoda 2	0,651167		0,980584	0,147166
3	Metoda 3	0,419105	0,980584		0,289787
4	Metoda 4	0,009916	0,147166	0,289787	

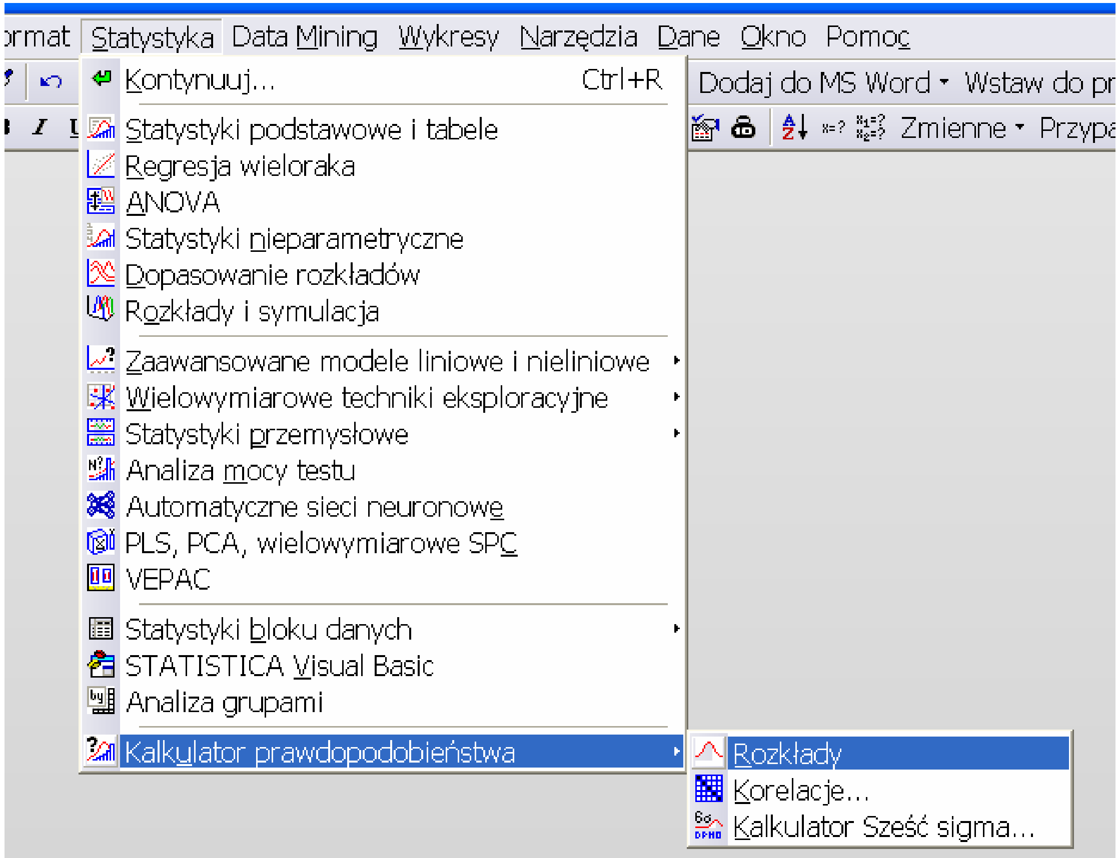
Test HSD Tukeya; zmienna Czas (A

Test HSD Tukeya; zmienna Czas (Arkusz5)
Grupy jednorodne, alfa = ,05000
Błąd: MS międzygrupowe = 1,7988, df = 36,000

Nr podkl.	Metody	Czas Średnie	1	2
1	Metoda 1	9,01000	****	
2	Metoda 2	9,71000	****	****
3	Metoda 3	9,94000	****	****
4	Metoda 4	11,02000		****

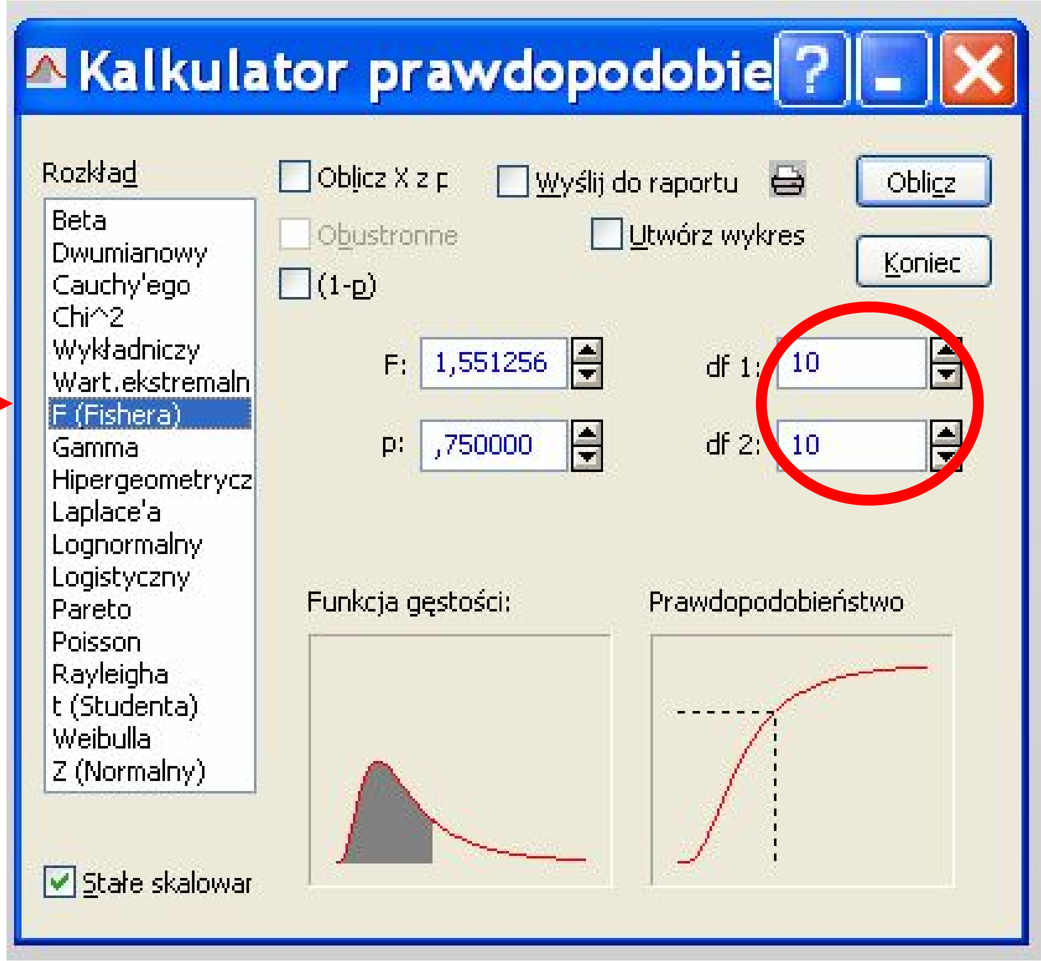
Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Odczytywanie wartości krytycznych z wybranego rozkładu (tablice statystyczne). Wybieramy z menu głównego opcję **Statystyka**, z podmenu **Kalkulator prawdopodobieństwa**, **Rozkłady.**



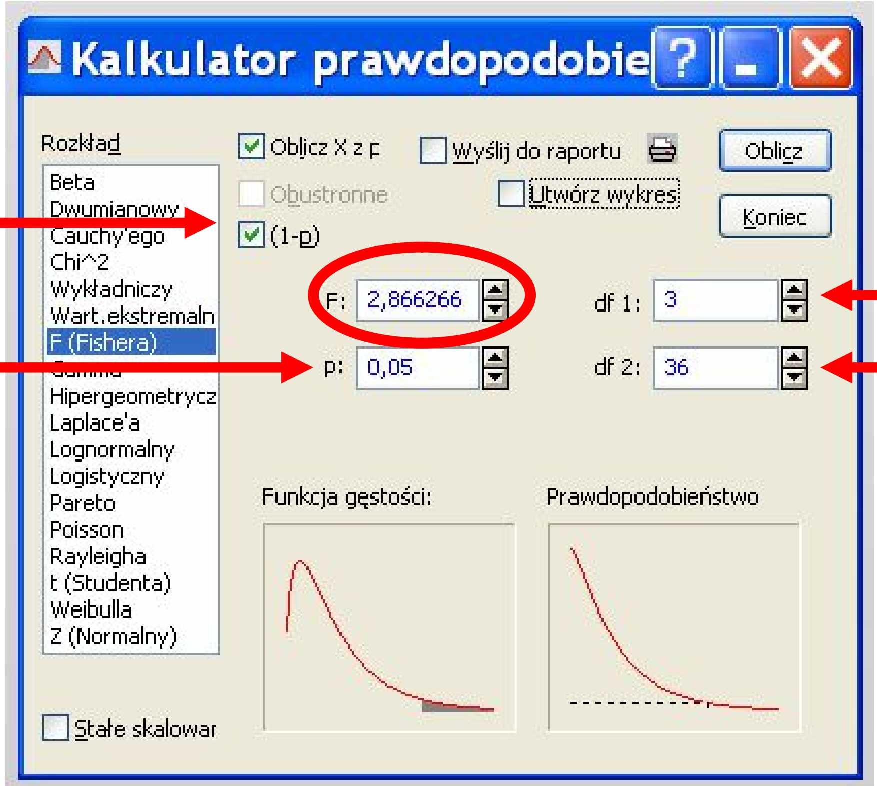
Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

W okienku **Kalkulator prawdopodobieństwa**, na liście zaznaczamy rozkład **F(Fishera)**. Pojawiają się domyślne wartości stopni swobody.



Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

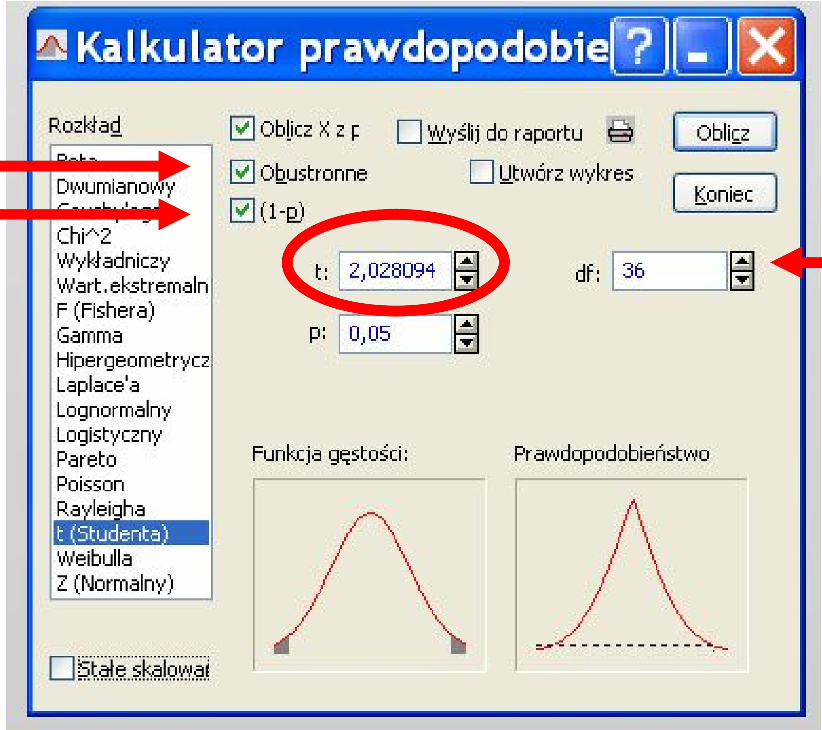
Odczytamy wartość krytyczną $\mathbf{F_{0,05;\,3;\,36}}$.
Do okienka wprowadzamy stopnie swobody:
df 1 = 3, **df 2 = 36**, **p = 0,05,** zaznaczamy pole **(1-p)**, można wyczyścić pole **Stałe skalowanie**, **Oblicz**.



Odczytujemy pole F: 2,866.

Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Odczytamy wartość krytyczną $\mathbf{t_{0,05;\ 36}}$.
Zaznaczamy rozkład **t (Studenta)**. Do okienka wprowadzamy stopnie swobody: **df = 36, p = 0,05**, zaznaczamy pole **(1-p)**, zaznaczamy pole obustronne, można wyczyścić pole **Stałe skalowanie**, **Oblicz**.



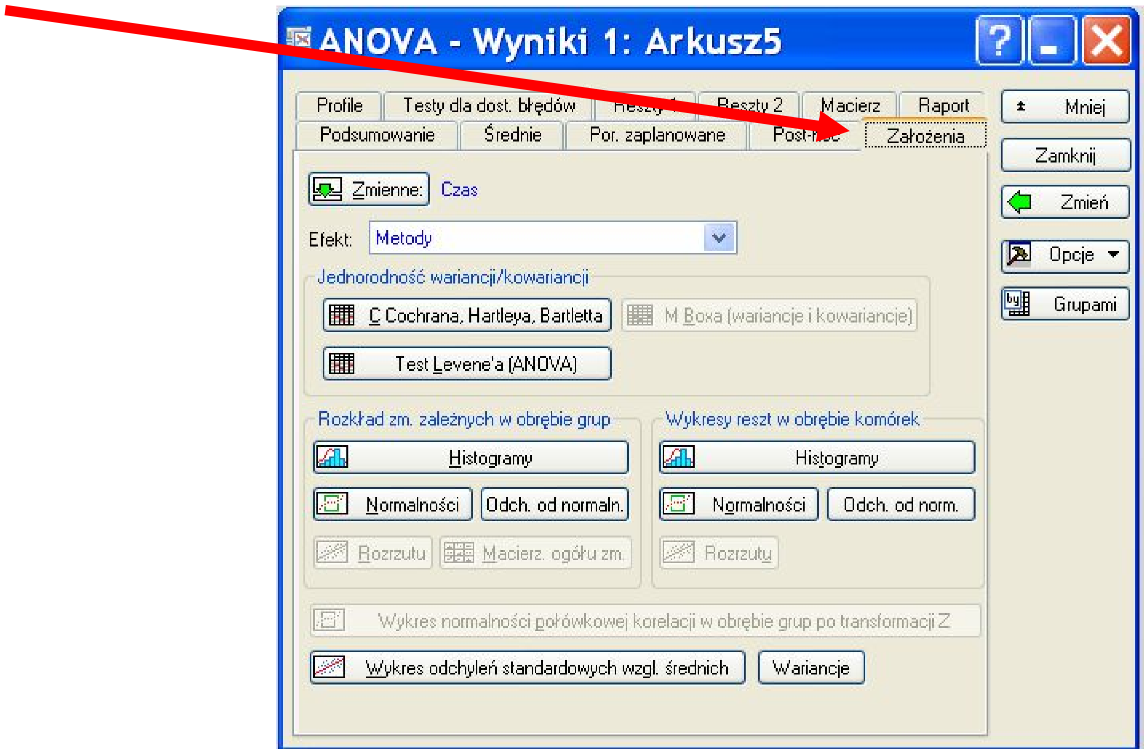
Odczytujemy pole t: 2,028.

Założenia ANOVA – spr. w *STATISICA*

Założenie o równości wariancji

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_a^2$$

Z lewego dolnego rogu podnosimy okienko analizy **ANOVA – Wyniki**, wybieramy kartę **Założenia**.



Założenia ANOVA – spr. w *STATISICA*

Założenie o równości wariancji

$$\sigma_1{}^2 = \sigma_2{}^2 = \ \ldots\ = \sigma_a{}^2$$

Wybieramy przycisk **Testy C Cochrana, Hartleya, Bartletta**.

Założenia ANOVA – spr. w *STATISICA*

Założenie o równości wariancji

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_a^2$$

Testy jednorodności wariancji (Arkusz5)
Efekt: Metody

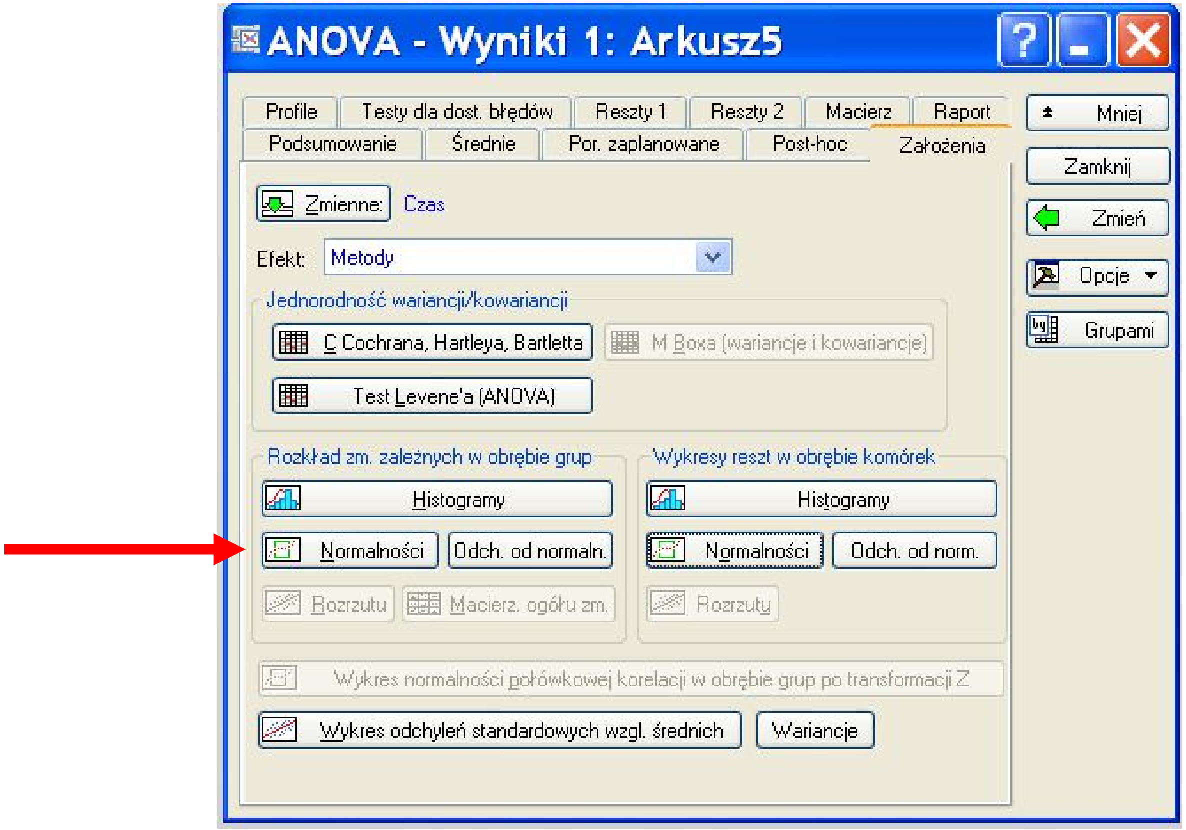
	Hartleya F-maks	Cochrana C	Bartlett Chi-kw.	a df	p
Czas	3,140019	0,356342	2,773722	3	0,427844

Wyniki przedstawiają wartości trzech funkcji testowych i najmniejszą wartość p-value. Ponieważ p-value < 0,05, nie odrzucamy hipotezy o równości wariancji.

Założenia ANOVA – spr. w *STATISICA*

Założenie o normalności rozkładów czasu krzepnięcia dla każdej z czterech metod.

Oglądamy wykresy normalności dla każdej metody.

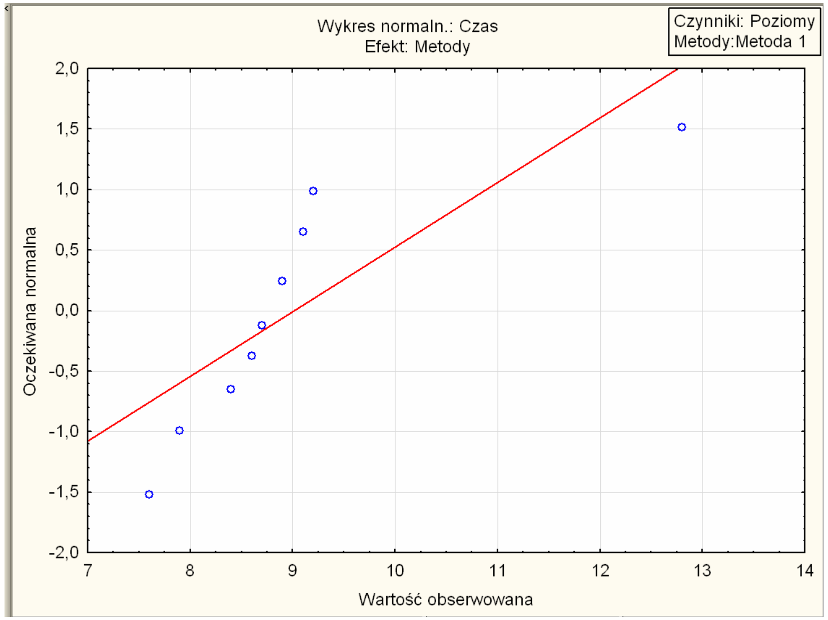


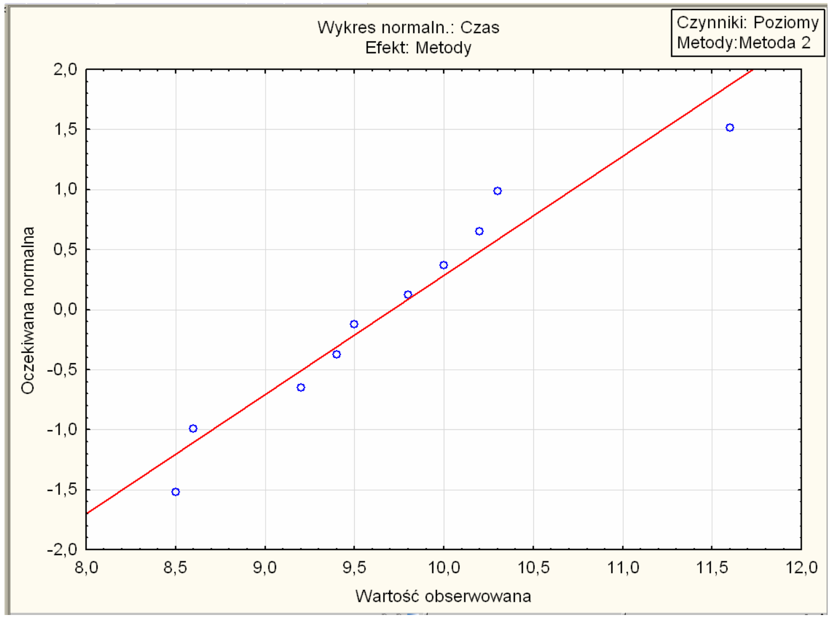
Założenia ANOVA – spr. w *STATISICA*

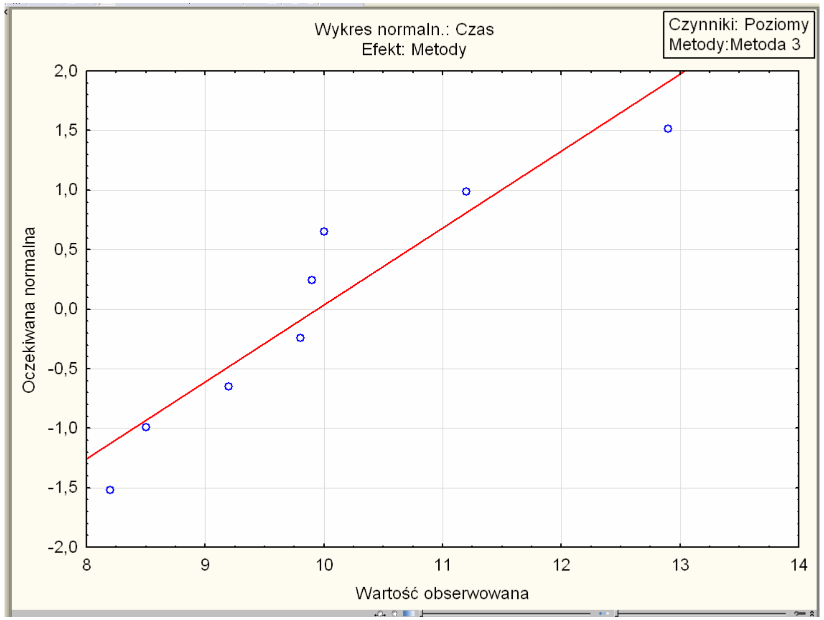
Założenie o normalności rozkładów czasu krzepnięcia dla każdej z czterech metod.

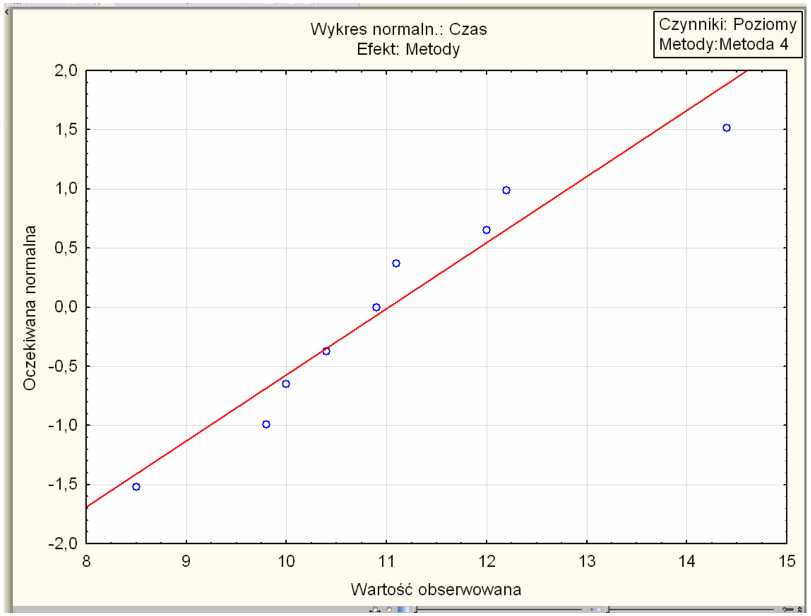
Zaznaczamy wszystkie metody, **OK**.

Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*









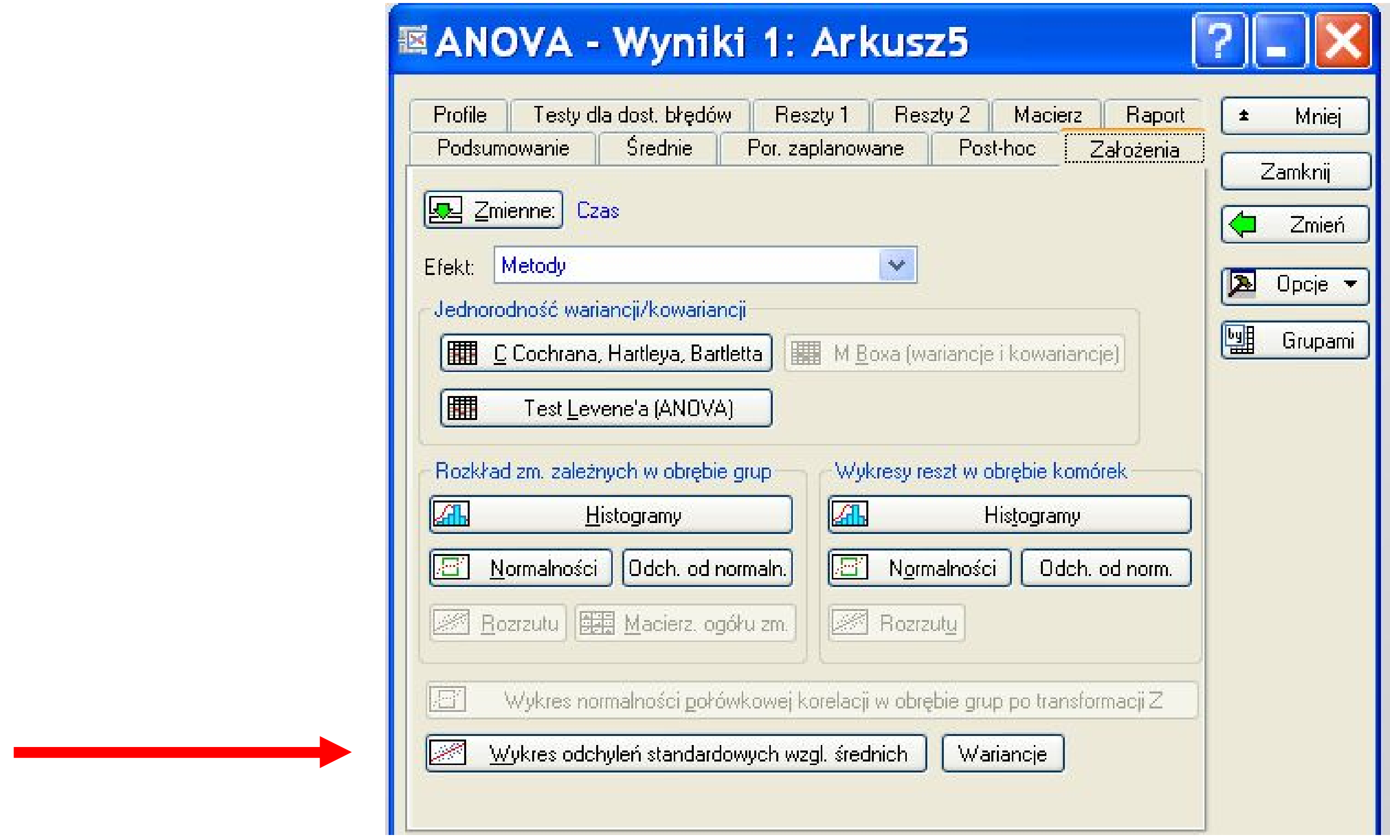
Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Wykresy normalności wizualizują rozkład normalny - jeżeli punkty układają się na prostej lub blisko niej, mamy prawo sądzić, że rozkład jest normalny.
W przykładzie wątpliwości budzi rozkład dla metod 1 i 3, więc można posłużyć się testem Shapiro-Wilka (opcja **Statystyki podstawowe i tabele**, karta **Normalność)**. Test ten odrzuca hipotezę o normalności tylko dla metody 1. Występuje tu wartość różniąca się od pozostałych w grupie (odstająca?).

Test F w analizie wariancji daje dobre wyniki nawet przy naruszeniu założeń. Jest odporny na odchylenia od normalności, bądź jednorodności wariancji zwłaszcza, gdy próby są równoliczne.

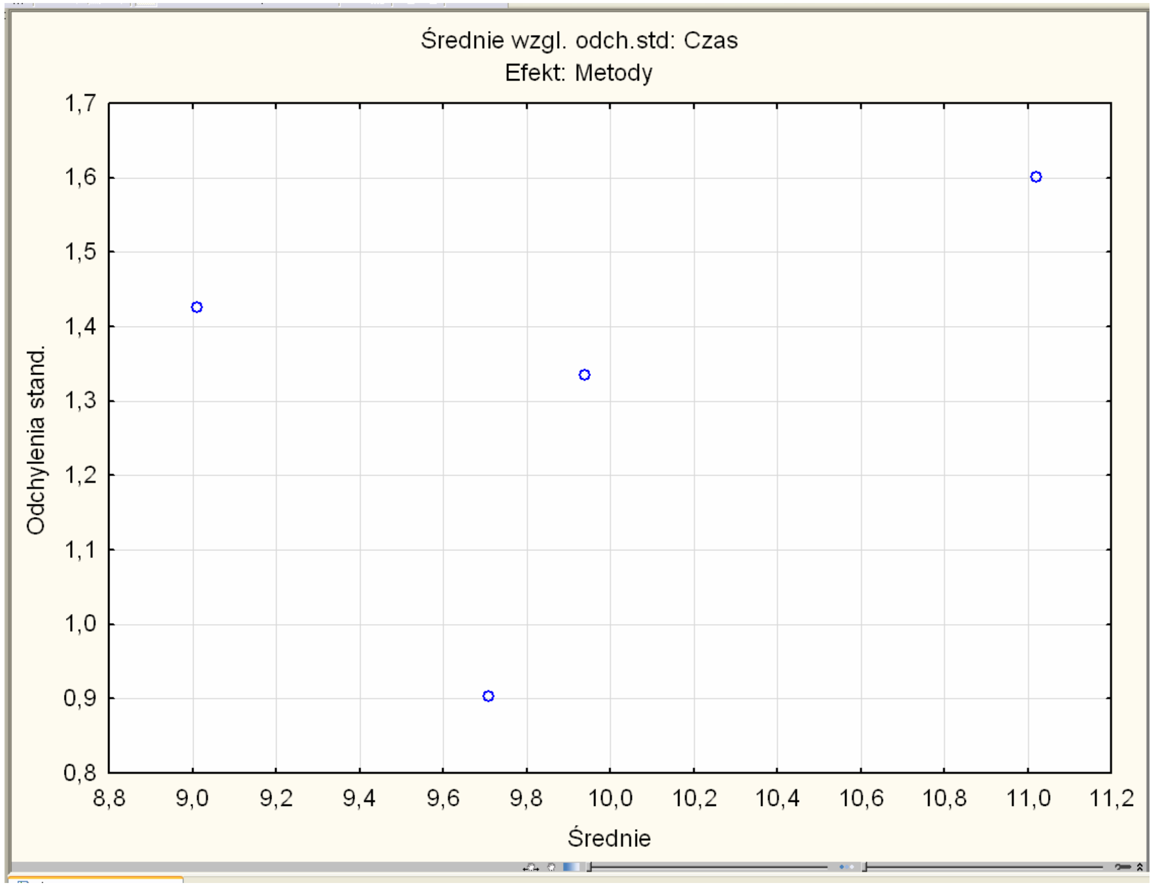
Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Test F może dawać wątpliwe wyniki, gdy średnie i odchylenia standardowe są skorelowane. Sprawdzamy to tworząc wykres **Odchyleń standardowych względem średnich** na karcie **Założenia.**



Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

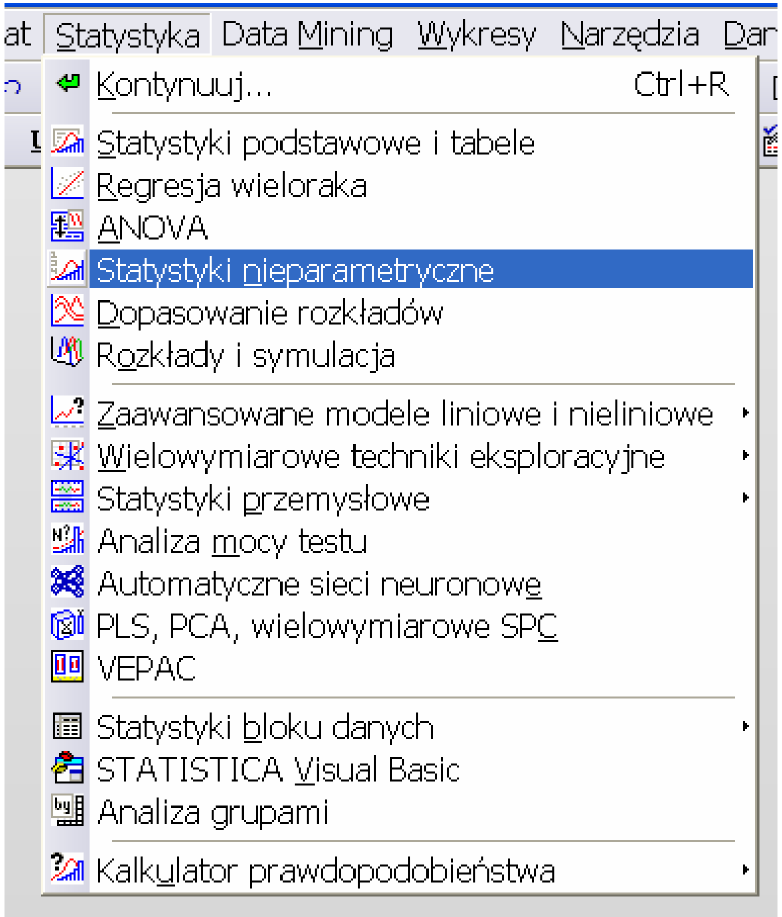
Na wykresie punkty nie układają się wzdłuż prostej, więc korelacja nie występuje.



Przeprowadzimy jeszcze test nieparametryczny Kruskala –Wallisa.

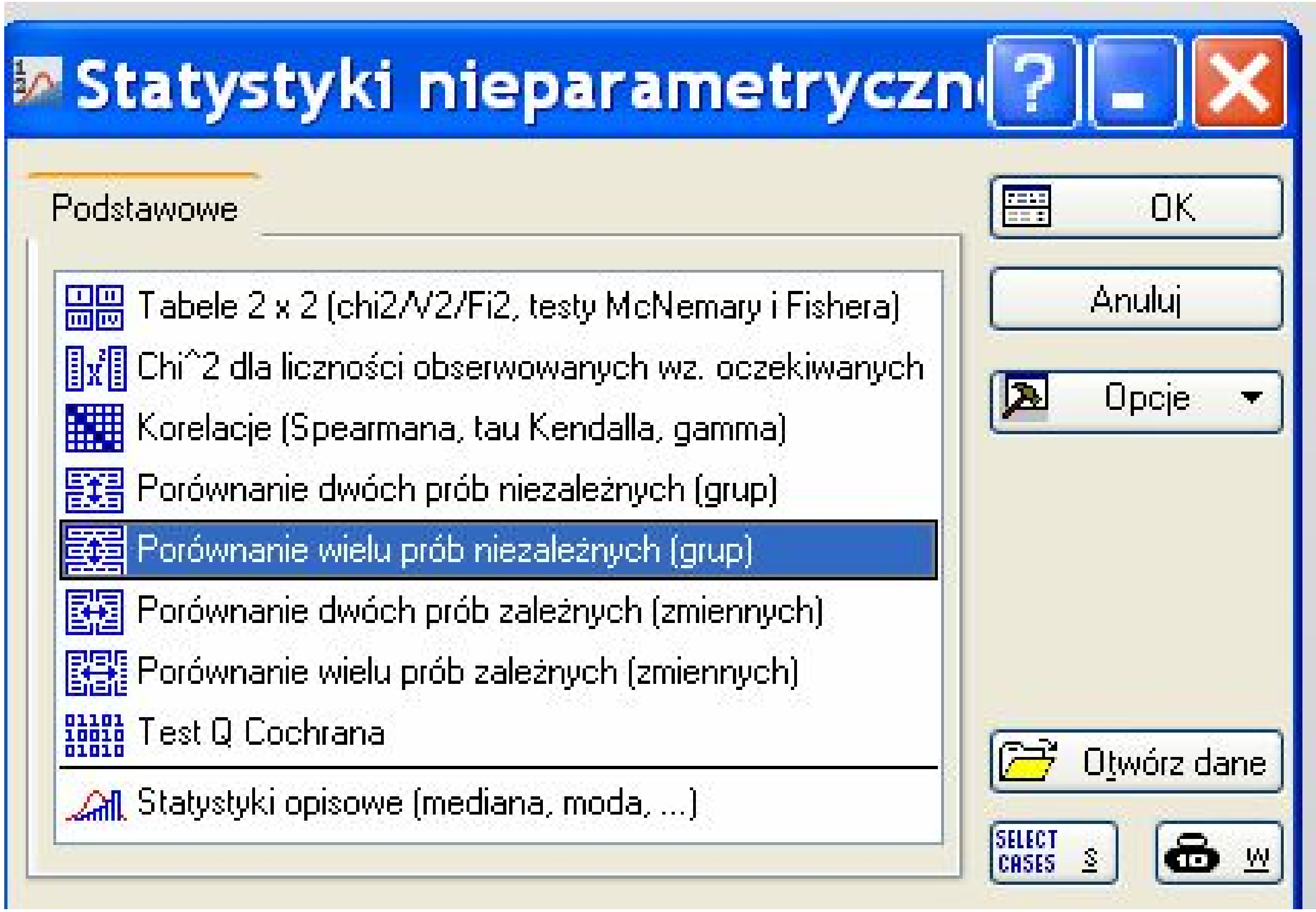
Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Dla aktywnego arkusza z danymi w kolumnach: Czas, Metody, wybieramy z menu głównego opcję **Statystyka**, z podmenu **Statystyki nieparametryczne**.



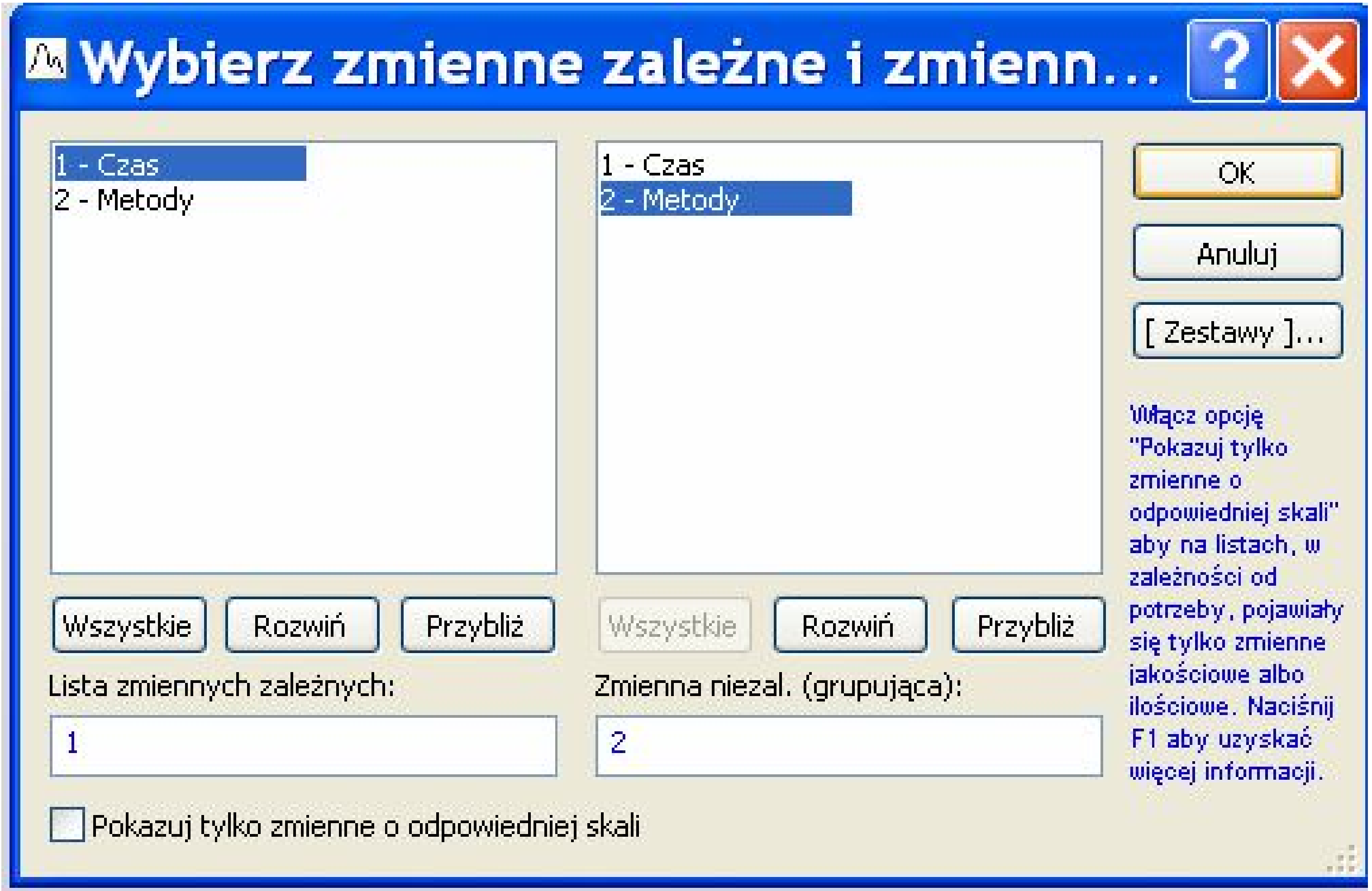
Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

W okienku **Statystyki nieparametryczne** wybieramy **Porównanie wielu prób niezależnych (grup)**.

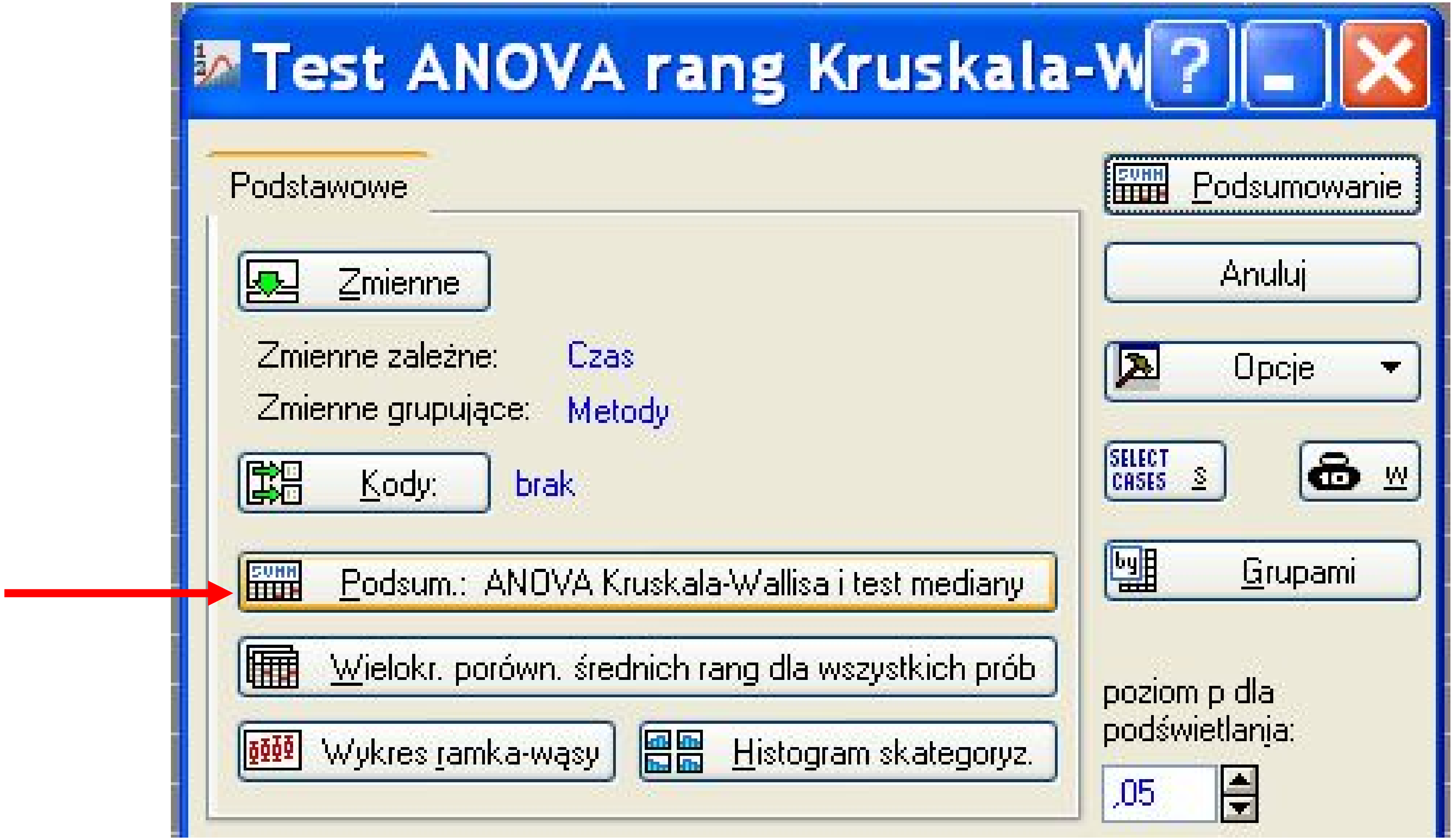


Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

W okienku **Statystyki nieparametryczne** przyciskamy **Zmienne** i wprowadzamy, jak na zrzucie, **OK**.



W okienku **Test ANOVA rang Kruskala-Wallisa** przyciskamy:



Obliczenia w pakiecie *STATISTICA*

Otrzymujemy wynik:

Zależna: Czas	ANOVA rang Kruskala-Wallisa; Czas (Arkusz5) Zmienna niezależna (grupująca): Metody Test Kruskala-Wallisa: H (3, N= 40) =11,52506 p =,0092			
	Kod	N ważnych	Suma Rang	Średnia Ranga
Metoda 1	0	10	114,5000	11,45000
Metoda 2	1	10	203,0000	20,30000
Metoda 3	2	10	211,0000	21,10000
Metoda 4	3	10	291,5000	29,15000

Hipoteza o jednakowych medianach (rozkładach) została odrzucona na poziomie istotności p = 0,0092.