POCHODNE

Pochodną funkcji $f(x)$ w punkcie x_0 nazywamy granicę, do której dąży iloraz przyrostu funkcji $f(x+\Delta x)-f(x)$ do przyrostu zmiennej Δx, gdy Δx dąży do 0:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

Pochodna niesie informację o tym, jak funkcja zmienia się w danym punkcie.

Pochodną funkcji $f(x)$ oznaczamy:

$$f'(x), \frac{df(x)}{dx}$$

lub

$$y', \frac{dy}{dx}, \dot{y}$$

Znajdowanie pochodnej funkcji nazywa się różniczkowaniem funkcji.

Pochodna funkcji stałej równa się zeru:

a - stała

$$a' = 0$$

Pochodna x^a:

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

Pochodna iloczynu stałej przez funkcję równa się iloczynowi stałej i pochodnej tej funkcji”

$$\left(k \cdot f(x)\right)' = k \cdot f'(x)$$

Pochodna sumy/różnicy funkcji:

$$\left(f(x) \pm g(x)\right)' = f'(x) \pm g'(x)$$

Pochodna iloczynu funkcji:

$$\left(f(x) \cdot g(x)\right)' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

Pochodna ilorazu funkcji:

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

Pochodna funkcji złożonej:

$$\left(f(g(x))\right)' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{xlna}$$

$$(lnx)' = \frac{1}{x}$$

$$(a^x)' = a^x lna$$

$$(e^x)' = e^x$$

Przykłady:

$$(-3)' = 0$$

$$(x^4)' = 4x^3$$

$$\left(\sqrt{x}\right)' = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

$$\left(4x^2\sqrt{x}\right)' = \left(4x^{\frac{5}{2}}\right)' = 10x^{\frac{3}{2}}$$

$$(2^x)' = 2^x ln2$$

$$(\log_3 x)' = \frac{1}{xln3}$$

$$\left(x^2 + \sqrt[4]{x}\right)' = 2x + \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{4}}$$

$$(x^6e^x)' = (x^6)'e^x + x^6(e^x)' = 6x^5e^x + x^6e^x$$

$$\left(\frac{lnx}{x^2}\right)' = \frac{(lnx)'x^2 - lnx(x^2)'}{x^4} = \frac{\frac{1}{x}x^2 - lnx \cdot 2x}{x^4} = \frac{x(1-2lnx)}{x^4}$$

$$\left(\sqrt{4x^2+3x}\right)' = \frac{8x+3}{2\sqrt{4x^2+3x}}$$