

## CAŁKI NIEWŁAŚCIWE

Całka na obszarze nieograniczonym np.:

$$\int_a^{\infty} f(x) dx = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_a^t f(x) dx$$

$$\int_{-\infty}^b f(x) dx = \lim_{t \rightarrow -\infty} \int_t^b f(x) dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^c f(x) dx + \int_c^{\infty} f(x) dx$$

Przykłady:

$$\begin{aligned} \int_1^{\infty} \left( \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right)^2 dx &= \lim_{t \rightarrow \infty} \int_1^t \left( \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right)^2 dx = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_1^t \left( \frac{4}{x^2} + \frac{4}{x^3} + \frac{1}{x^4} \right) dx \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \left[ -\frac{4}{x} - \frac{2}{x^2} - \frac{1}{3x^3} \right]_1^t \right) \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \left( -\frac{4}{t} - \frac{2}{t^2} - \frac{1}{3t^3} \right) - \left( -\frac{4}{1} - \frac{2}{1^2} - \frac{1}{3 \cdot 1^3} \right) \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \left( -\frac{4}{t} - \frac{2}{t^2} - \frac{1}{3t^3} \right) - \left( -4 - 2 - \frac{1}{3} \right) = 6 \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} e^{-x} dx &= \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t e^{-x} dx = \left\{ \begin{array}{l} u = -x \\ \frac{du}{dx} = -1 \\ dx = -du \end{array} \right\} = \lim_{t \rightarrow \infty} [-e^{-x}]_0^t = \lim_{t \rightarrow \infty} (-e^{-t}) + 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

## FUNKCJA GĘSTOŚCI PRAWDOPODOBIENSTWA DLA ROZKŁADU NORMALNEGO

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

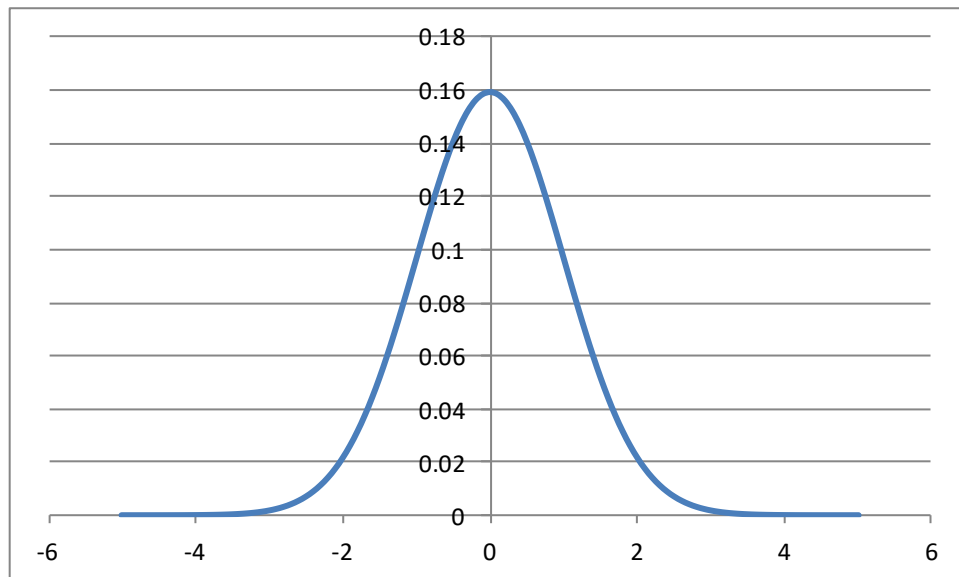
$\mu, \sigma$  – parametry rozkładu

$\mu$  - miara położenia

$\sigma$  - miara rozrzutu

Dla  $\mu = 0$  oraz  $\sigma = 1$

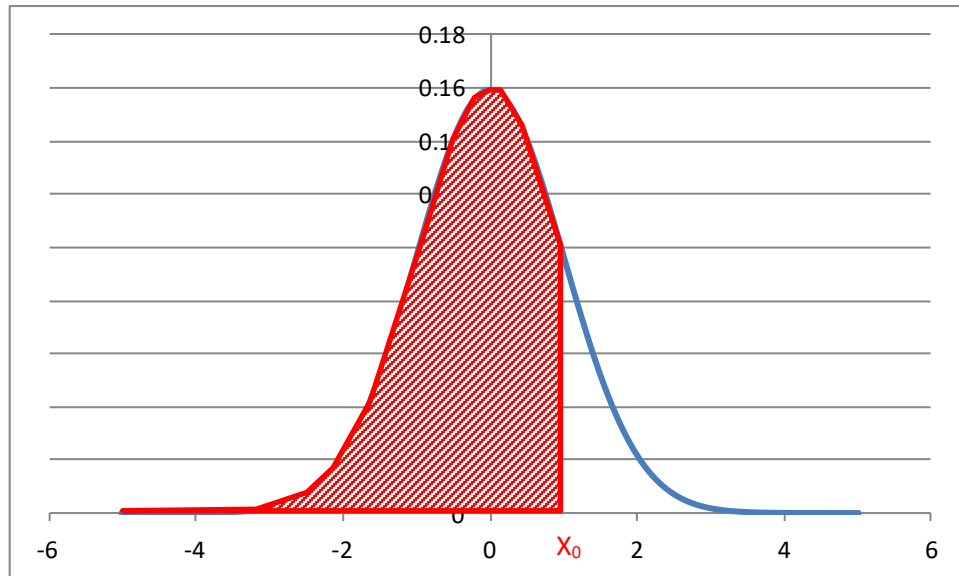
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$



Pole pod krzywą można wyznaczyć obliczając:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1$$

## DYSTRYBUANTA



$$\int_{-\infty}^{x_0} f(x) dx = \int_{-\infty}^{x_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$