CAŁKI NIEWŁAŚCIWE

Całka na obszarze nieograniczonym np.:

$$\int_a^{\infty} f(x)dx = \lim_{t\to\infty}\int_a^t f(x)dx$$

$$\int_{-\infty}^{b} f(x)dx = \lim_{t\to-\infty}\int_t^b f(x)dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{c} f(x)dx + \int_c^{\infty} f(x)dx$$

Przykłady:

$$\int_1^{\infty}\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}\right)^2 dx = \lim_{t\to\infty}\int_1^t\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}\right)^2 dx = \lim_{t\to\infty}\int_1^t\left(\frac{4}{x^2}+\frac{4}{x^3}+\frac{1}{x^4}\right)dx$$

$$= \lim_{t\to\infty}\left(\left[-\frac{4}{x}-\frac{2}{x^2}-\frac{1}{3x^3}\right]_1^t\right)$$

$$= \lim_{t\to\infty}\left(-\frac{4}{t}-\frac{2}{t^2}-\frac{1}{3t^3}\right)-\left(-\frac{4}{1}-\frac{2}{1^2}-\frac{1}{3\cdot 1^3}\right)$$

$$= \lim_{t\to\infty}\left(-\frac{4}{t}-\frac{2}{t^2}-\frac{1}{3t^3}\right)-\left(-4-2-\frac{1}{3}\right) = 6\frac{1}{3}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-x}dx = \lim_{t\to\infty}\int_0^t e^{-x}dx = \left\{\begin{matrix} u=-x \\ \dfrac{du}{dx}=-1 \\ dx=-du \end{matrix}\right\} = \lim_{t\to\infty}\left[-e^{-x}\right]_0^t = \lim_{t\to\infty}\left(-e^{-t}\right)+1$$

$$= 1$$

FUNKCJA GĘSTOŚCI PRAWDOPODOBIEŃSTWA DLA ROZKŁADU NORMALNEGO

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

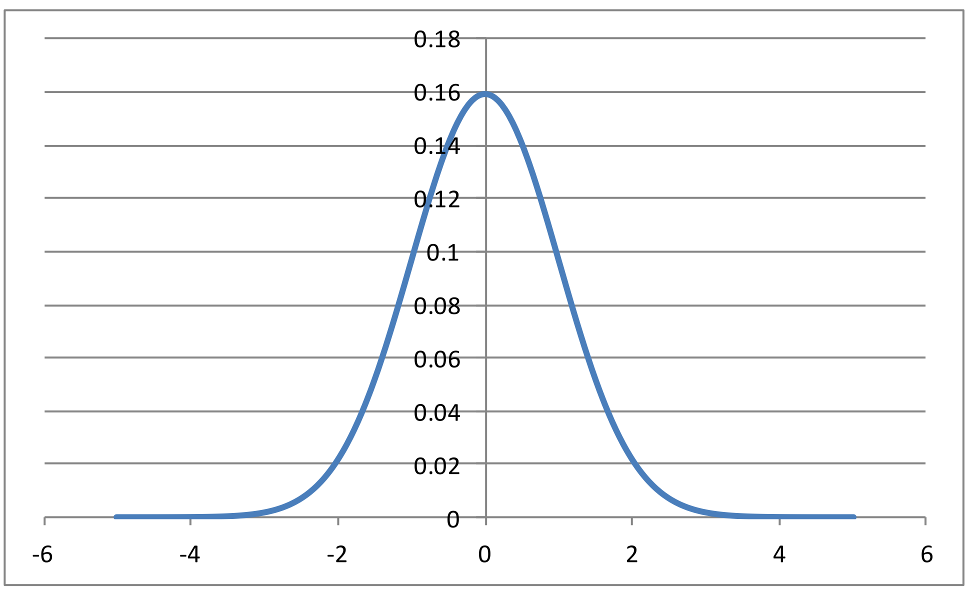
μ, σ – parametry rozkładu

μ - miara położenia

σ - miara rozrzutu

Dla $\mu = 0$ oraz $\sigma = 1$

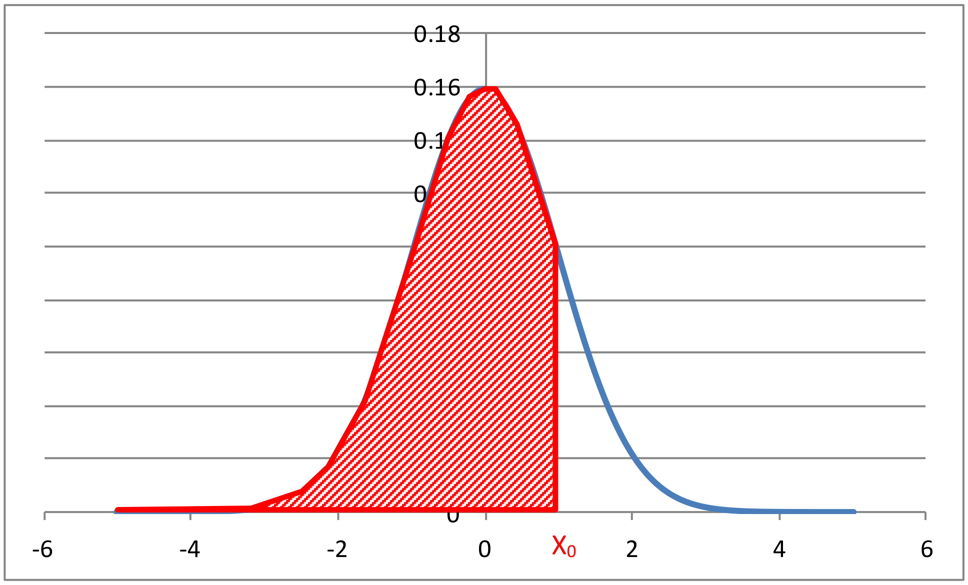
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$



Pole pod krzywą można wyznaczyć obliczając:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}\, dx = 1$$

DYSTRYBUANTA



$$\int_{-\infty}^{x_0} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{x_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$$