Obliczanie macierzy odwrotnej dla macierzy nieosobliwej – metoda Gaussa-Jordana.

Do macierzy, po prawej stronie dopisuje się macierz jednostkową.

$$[\boldsymbol{A}|\boldsymbol{I}]$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$det\begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = -1$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{w2+w3} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{w1-w2} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{w2+2\cdot w3} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{w2-w1} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{w1+w2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{w2+3\cdot w3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 7 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{w2\ z\ w3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 7 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{w1-\ w3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{w3-\ w2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 6 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{w2-\ w3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -5 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

Znajdowanie rozwiązania układu równań metodą eliminacji Gaussa (metodą przekształceń elementarnych).

U podstaw tej metody leżą przekształcenia elementarne, które wykonane na równaniach układu, prowadzą do układu równoważnego z wyjściowym układem równań.

W ramach przekształceń wykonuje się operacje elementarne na wierszach. Można dodawać, odejmować, mnożyć przez liczbę różną od zera wiersze. Można zamieniać miejscami dwa wiersze.

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 = 6 \\ -2x_1 - 6x_2 - 7x_3 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & 7 & 6 \\ -2 & -6 & -7 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\frac{w1}{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 7 & 6 \\ -2 & -6 & -7 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow[w3+2w1]{w2-2\,w1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -4 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{-w2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & -4 & -1 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow[w3+4w2]{w1-w2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -5 & -5 \end{bmatrix} \xrightarrow{-w3/5} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[w2+w3]{w1-4w3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -1 \\ x_3 = 1 \end{cases}$$