1. Rozwiąż równanie:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3-x & 3 \\ 1 & 2 & 5+x \end{vmatrix} = 0$$

2. Rozpisz rozwinięcie Laplace'a (do policzenia wyznacznika) względem drugiej kolumny:

$$\begin{vmatrix} -3 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -2 & -1 \\ 4 & 0 & -3 & 2 \\ -4 & 3 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

3. Niech macierze *A,B,C* będą macierzami kwadratowymi trzeciego stopnia takimi, że det*A* = 1, det*B* = 3, det*C* = 2. Obliczyć det($4B \cdot C^T \cdot A$).
4. Niech macierze *A,B,C* będą macierzami kwadratowymi czwartego stopnia takimi, że det*A* = -3, det*B* = 2, det*C* = -1. Obliczyć det($C^T \cdot A^2 \cdot 3B$).
5. Znaleźć macierz X spełniającą równanie:

$$X \cdot X^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

6. Wyznaczyć X z równania AXB=C dla macierzy:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 14 & 16 \\ 9 & 10 \end{bmatrix}$$

7. Czy iloczyn macierzy, które nie są kwadratowe może być macierzą kwadratową? Podaj przykład.
8. Czy każde dwie macierze jednostkowe są równe? Podaj przykład.
9. Czy mnożenie macierzy przez macierz jednostkową zmienia wymiar tej macierzy? Podaj przykład.
10. Czy w równaniu $AI = IA$ macierze jednostkowe po lewej i prawej stronie równania zawsze są sobie równe? Podaj przykład.
11. Podaj przykład macierzy A i B, żeby $AB \neq BA$.
12. Jaki jest wynik $(A^T)^T$? Podaj przykład.
13. Podać przykład macierzy A, dla której $A = A^T$.
14. Obliczyć $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}^2$.
15. Obliczyć iloczyn macierzy $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ i $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.
16. Transponować macierz $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.
17. Transponować macierz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \end{bmatrix}$. A następnie podać wymiar powstałej macierzy.

18. Dodać oraz odjąć macierze $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ i $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.

19. Znaleźć a i b, żeby $\begin{bmatrix} a & 2 \\ -2 & b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^T$.

20. Obliczyć $\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$.

21. Obliczyć $\begin{vmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$.

22. Obliczyć $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 8 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{vmatrix}$.

23. Znaleźć macierz odwrotną do macierzy $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

24. Obliczyć 2 $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}^T + 5I$.

25. Podać przykład na działanie $(FE)^T = E^T F^T$.

26. Podać przykład na działanie $(F + E)^T = F^T + E^T$.

27. Wymień kolejne działania prowadzące do otrzymania macierzy odwrotnej.

28. Dana jest macierz układu dla pewnego układu równań. Ile rozwiązań posiada ten układ, odpowiedź uzasadnij używając twierdzenia Kroneckera-Capellego?

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & -5 & -2 & 6 \end{bmatrix}$$

29. Korzystając z twierdzenia Kroneckera – Capellego, wyznaczyć liczbę rozwiązań układu równań:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 4x_4 = -1 \\ 4x_1 + 5x_2 - x_3 - 6x_4 = 2 \end{cases}$$

30. Korzystając z twierdzenia Kroneckera – Capellego, wyznaczyć liczbę rozwiązań układu równań:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = -7 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 14 \end{cases}$$