

1. Czy iloczyn macierzy, które nie są kwadratowe może być macierzą kwadratową?
Podaj przykład.
2. Czy każde dwie macierze jednostkowe są równe? Podaj przykład.
3. Czy mnożenie macierzy przez macierz jednostkową zmienia wymiar tej macierzy?
Podaj przykład.
4. Czy w równaniu $AI = IA$ macierze jednostkowe po lewej i prawej stronie równania zawsze są sobie równe? Podaj przykład.
5. Podaj przykład macierzy A i B , żeby $AB \neq BA$.
6. Jaki jest wynik $(A^T)^T$? Podaj przykład.
7. Podać przykład macierzy A , dla której $A = A^T$.
8. Obliczyć $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}^2$.
9. Obliczyć iloczyn macierzy $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ i $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.
10. Transponować macierz $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.
11. Transponować macierz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \end{bmatrix}$. A następnie podać wymiar powstałej macierzy.
12. Dodać oraz odjąć macierze $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ i $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.
13. Znaleźć a i b , żeby $\begin{bmatrix} a & 2 \\ -2 & b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^T$.
14. Obliczyć $\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$.
15. Obliczyć $\begin{vmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$.
16. Obliczyć $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 8 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{vmatrix}$.
17. Znaleźć macierz odwrotną do macierzy $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.
18. Obliczyć $2 \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}^T + 5I$.
19. Podać przykład na działanie $(FE)^T = E^T F^T$.
20. Podać przykład na działanie $(F + E)^T = F^T + E^T$.

21. Wykonaj działania na macierzach:

$$\text{a) } \begin{bmatrix} -1 & -4 & 5 \\ 2 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix} - 2 \cdot \begin{bmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ -2 & 6 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\text{b) } [1 \quad 2 \quad -1 \quad 4] \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$\text{c) } \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\text{d) } \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}^T =$$

22. Policz wyznaczniki

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} =$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 & 0 \\ 4 & 11 & 0 & 1 \\ 10 & 0 & 4 & 6 \\ -2 & 3 & 5 & 0 \end{vmatrix} =$$

(Wolfram Alpha)

$$\text{d) } \begin{vmatrix} 100 & 1 & 1 & 2 & -3 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 4 & 11 & 0 & 4 & 1 \\ 10 & 0 & 4 & 5 & 6 \\ -2 & 3 & 5 & 7 & 0 \end{vmatrix} =$$

23. Zapisz układ równań w postaci macierzowej. Wyznacz macierz odwrotną do macierzy współczynników. Rozwiąż układ równań metodą macierzową.

$$\text{a) } \begin{cases} x - 4y + 5z = 2 \\ 2y - z = 1 \\ 4x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - 2y + 3z = -7 \\ 3x + y + 4z = 5 \\ 2x + 5y + z = 18 \end{cases}$$

(Wolfram Alpha)

$$c) \begin{cases} 2x + y - z + 3t = 1 \\ -x + 7y - 3z - 5t = 2 \\ 2x + 9z - 2t = 3 \\ x + y + 2t = 4 \end{cases}$$

24. Znajdź macierz X spełniającą równanie macierzowe:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$$

WolframAlpha - instrukcje

dodawanie macierzy: $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$

`{{1,0},{3,5}}+{{1,3},{7,5}}`

wcisnąć „=”

transponowanie macierzy: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}^T$

`transpose {{1,0,2},{3,5,1}}`

wcisnąć „=”

mnożenie macierzy: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 38 & 36 \end{bmatrix}$

`{{1,0,2},{3,5,1}}*{{1,3},{7,5},{0,2}}`

wcisnąć „=”

potęgowanie macierzy: $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}^3$

`{{1,0},{5,1}}^3`

wcisnąć „=”

wyznacznik macierzy: $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

determinant{{1,0},{3,5}}

det{{1,0},{3,5}}

wcisnąć „=”

macierz odwrotna macierzy $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

invert{{1,0},{3,5}}

wcisnąć „=”