

**Zadanie do wykonania z zastosowaniem wzorów**

**Zadanie 1.** Podaj rozkład liczby szóstek w trzykrotnym rzucie symetryczną kostką do gry. Zapisz nazwy: doświadczenia losowego, zmiennej losowej, jej rozkładu, oblicz p-stwa pisemnie ze wzoru, zapisz rozkład w tabeli, podaj wartości parametrów rozkładu (średnią, wariancję, odchylenie standardowe), narysuj wykres funkcji rozkładu p-stwa oraz wykres dystrybuanty.

**Zadania do wykonania z zastosowaniem funkcji wbudowanych arkusza kalkulacyjnego**

**W poniższych zadaniach zapisz nazwę doświadczenia losowego, przedstaw schemat doświadczenia na rysunku, podaj określenie zmiennej losowej, nazwę rozkładu i wartości parametrów  $n$ ,  $p$ . Rozkład zapisz w tabeli.**

**Zadanie 2.** Oddano 5 niezależnych strzałów do ustalonego celu, przy p-stwie trafienia wynoszącym 0,25. Wyznacz rozkład liczby celnych strzałów. Oblicz wartości dystrybuanty w punktach: 0, 1, 2, 3, 4, 5. Korzystając z obliczonych wartości oblicz p-stwo zdarzenia, że cel zostanie trafiony:

- a) dokładnie dwa razy
- b) co najmniej cztery razy
- c) co najmniej raz
- d) co najwyżej raz

**Zadanie 3.** Wyznacz rozkład liczby chłopców w rodzinach pięciodzietnych, jeśli wiadomo, że mechanizm determinacji płci u ludzi gwarantuje za każdym razem jednakowe prawdopodobieństwo powstania organizmu męskiego, natomiast organizmy męskie mają nieco większe szanse wyżycia przed urodzeniem. Na podstawie wieloletnich obserwacji częstości przyjmuje się prawdopodobieństwo urodzenia chłopca równe 0,52.

**Zadanie 4.** Wyznacz rozkład liczby dziewczynek w rodzinach liczących czworo dzieci. Przyjmij p-stwo urodzenia dziewczynki równe 0,48.

**Zadanie 5.** Przyjmij p-stwo urodzenia osobnika męskiego równe 0,5 i podaj rozkład liczby osobników męskich w miocie królików liczącym 6 sztuk.

**Zadanie 6.** Z partii nasion o sile kiełkowania 90% wylosowano 10 nasion. Podaj rozkład liczby nasion, które wykiełkują.

**Zadanie 7.** Śmiertelność szczurów zarażonych pewną chorobą wynosi 85%. Obserwacji będzie podlegać grupa 20 zarażonych szczurów. Wykorzystując rozkład liczby szczurów, które przeżyją lub wartości dystrybuanty, oblicz p-stwo zdarzenia, że na 20 zarażonych szczurów przeżyje:

- a) więcej niż 12
- b) co najmniej 5
- c) dokładnie połowa
- d) nie więcej niż połowa
- e) mniej niż połowa

**Zadanie 8\*.** Uważa się, że albinizm jest bardzo rzadko występującą cechą recesywną. U pewnej rasy królików spotyka się średnio jeden przypadek albinizmu na 5 000. Oblicz p-stwo znalezienia co najmniej trzech albinosów podczas obserwacji 10 000 sztuk królików (najpierw zapisz p-stwo przy zastosowaniu dystrybuanty).

**Zadanie 9\*.** Zdrowotność owoców truskawki pewnej odmiany wynosi 90%. Wylosowano 90 owoców. Oblicz p-stwo zdarzenia, że zdrowych będzie:

- a) najwyżej 90%
- b) przynajmniej 90%

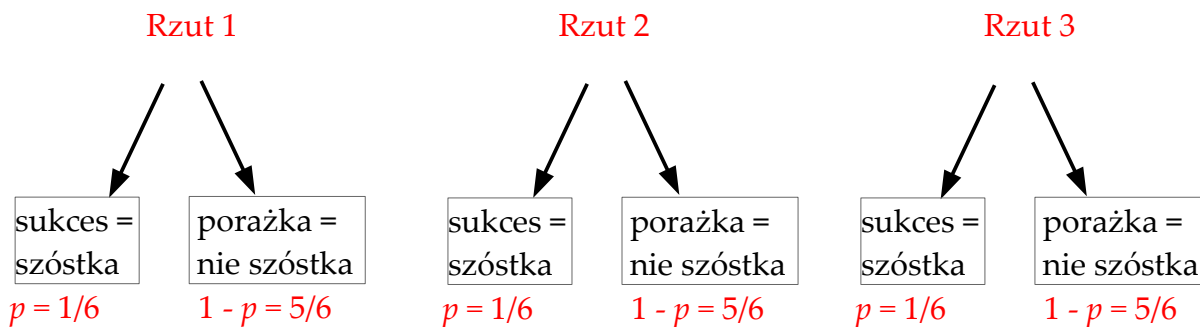
Najpierw zapisz p-stwo przy zastosowaniu dystrybuanty.

**ODPOWIEDZI I PODPOWIEDZI**

**Zadanie 1.**

**Doświadczenie losowe** - trzykrotny rzut kostką do gry

Trzykrotny rzut kostką można przedstawić jako schemat doświadczalny Bernoulliego, gdzie sukcesem jest „szóstka”:



$n = 3$  liczba rzutów

$p = 1/6$  prawdopodobieństwo sukcesu (szóstki) w pojedynczym rzucie

**Zmienna losowa  $X$**  - liczba szóstek w trzykrotnym rzucie kostką

Teoria mówi, że zmienna losowa przedstawiająca liczbę sukcesów w schemacie Bernoulliego ma **rozkład dwumianowy**, więc

$$X \sim B\left(n = 3; p = \frac{1}{6}\right)$$

Zmienna losowa  $X$  może przyjąć wartości: 0, 1, 2, 3 z p-stwami danymi wzorem Bernoulliego:

$$P_n(X = k) = \frac{n!}{(n - k)! k!} p^k (1 - p)^{n - k}$$

gdzie  $k$  - liczba sukcesów, czyli  $k = 0, 1, 2, \dots, n$

Rozkład liczby szóstek przedstawimy w tabeli:

liczba szóstek:	0	1	2	3
p-stwo				

Przypomnienie

$$n! \stackrel{\text{def}}{=} 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n \quad \text{dla } n \text{ naturalnych dodatnich}$$

umowa:  $0! = 1$

$$P_n(X = k) = \frac{n!}{(n-k)! k!} p^k (1-p)^{n-k}$$

P-stwo, że nie będzie ani jednej szóstki (zero szóstek), czyli dla  $k = 0$ :

$$P_3(X = 0) = \frac{3!}{(3-0)! 0!} \left(\frac{1}{6}\right)^0 \left(1-\frac{1}{6}\right)^{3-0} = \frac{6}{6 \cdot 1} \cdot 1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$$

P-stwo, że będzie dokładnie jedna szóstka, czyli dla  $k = 1$ :

$$P_3(X = 1) = \frac{3!}{(3-1)! 1!} \left(\frac{1}{6}\right)^1 \left(1-\frac{1}{6}\right)^{3-1} = \frac{6}{2 \cdot 1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$$

P-stwo, że będą dokładnie dwie szóstki, czyli dla  $k = 2$ :

$$P_3(X = 2) = \frac{3!}{(3-2)! 2!} \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(1-\frac{1}{6}\right)^{3-2} = \frac{6}{1 \cdot 2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{15}{216}$$

P-stwo, że będą dokładnie trzy szóstki, czyli dla  $k = 3$ :

$$P_3(X = 3) = \frac{3!}{(3-3)! 3!} \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(1-\frac{1}{6}\right)^{3-3} = \frac{6}{1 \cdot 6} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^0 = \frac{1}{216}$$

### Rozkład liczby szóstek w trzykrotnym rzucie kostką

liczba szóstek:	0	1	2	3
p-stwo:	$\frac{125}{216}$	$\frac{75}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{1}{216}$

Parametry można policzyć ze wzoru ogólnego lub ze wzoru dla rozkładu dwumianowego.

Ze wzoru ogólnego:

$$EX = \sum_i x_i p_i = 0 \cdot \frac{125}{216} + 1 \cdot \frac{75}{216} + 2 \cdot \frac{15}{216} + 3 \cdot \frac{1}{216} = \frac{108}{216} = \frac{1}{2}$$

$$D^2 X = \sum_i (x_i - EX)^2 p_i = \left(0 - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{125}{216} + \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{75}{216} + \left(2 - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{15}{216} + \left(3 - \frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{216} =$$

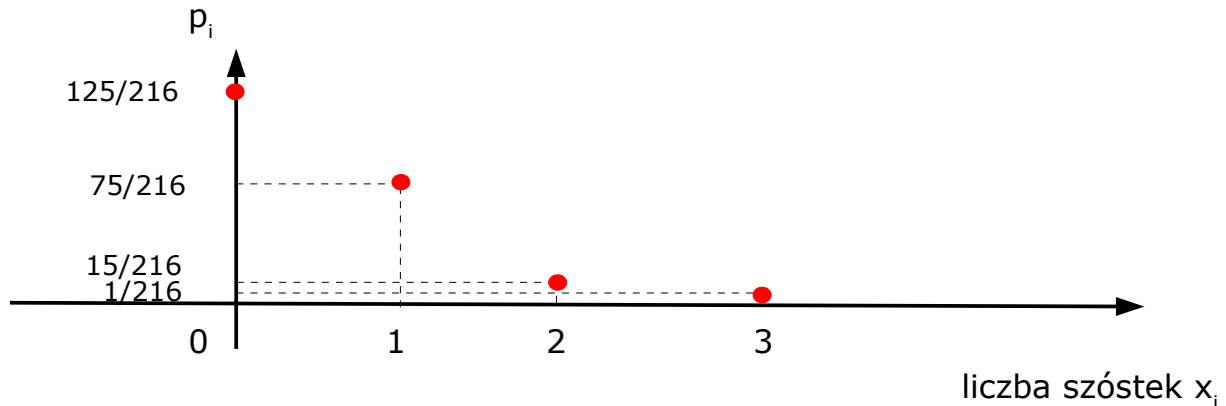
$$= \frac{360}{4 \cdot 216} = \frac{5}{12}$$

$$DX = \sqrt{D^2 X} = \sqrt{\frac{5}{12}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{3}} \approx 0,65$$

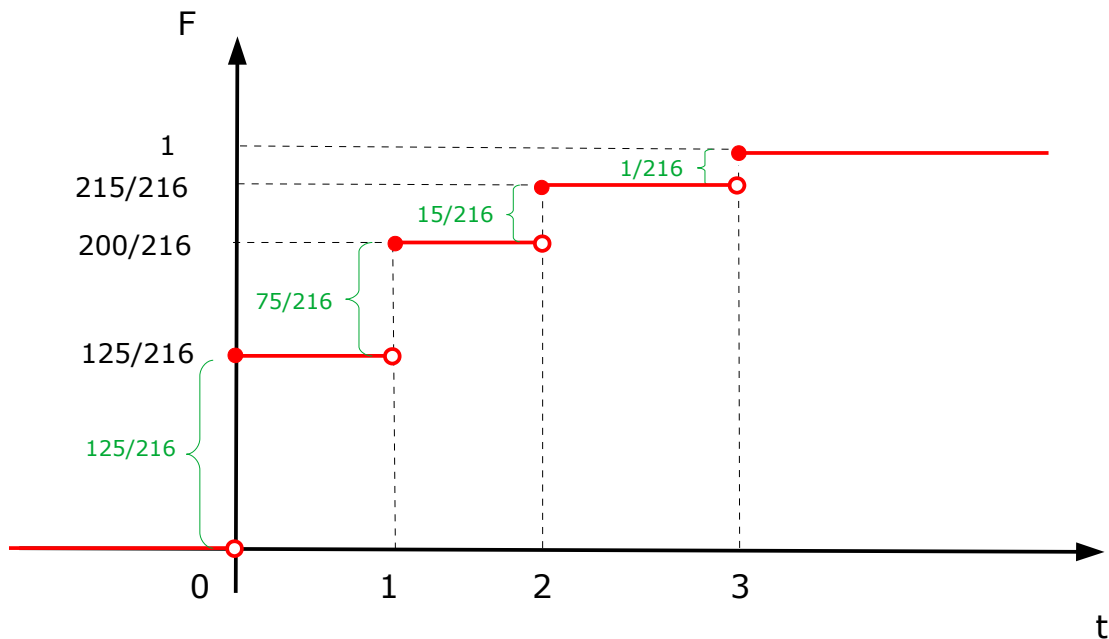
## Rozkład liczby szóstek w trzykrotnym rzucie kostką

liczba szóstek:	0	1	2	3
p-stwo:	$\frac{125}{216}$	$\frac{75}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{1}{216}$

## Wykres funkcji rozkładu



## Wykres dystrybuanty



## Zadanie 3.

Zmienna losowa  $X$  - liczba chłopców w rodzinie pięciodzietnej

wartości $x_i$ :	0	1	2	3	4	5
p-stwa $p_i$ :	0,025	0,138	0,299	0,324	0,175	0,038

## Zadanie 4.

Zmienna losowa  $X$  - liczba dziewczynek w rodzinie czterodzietnej

wartości $x_i$ :	0	1	2	3	4
p-stwa $p_i$ :	0,073	0,270	0,374	0,230	0,053

**Zadanie 5.**

Zmienna losowa X - liczba samców w miocie liczącym sześć młodych

wartości xi:	0	1	2	3	4	5	6
p-stwa pi:	0,016	0,094	0,234	0,313	0,234	0,094	0,016

**Zadanie 6.**

Zmienna losowa X - liczba nasion, które wykiełkują

wartości xi:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p-stwa pi:	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0015	0,0112	0,0574	0,1937	0,3874	0,3487

**Zadanie 7.**

- a) 0,00000053
- b) 0,1701532
- c) 0,0002097
- d) 0,9999614
- e) 0,9997516

**Zadanie 8\*.**

$$1 - F(2) \approx 0,3233$$

**Zadanie 9\*.**

- a)  $F(81) = 0,5513$
- b)  $1 - F(80) = 0,5875$