

Zadania POCHODNA I BADANIE PRZEBIEGU ZMIENNOŚCI

Zadanie 1. Oblicz pochodną danej funkcji $f(x)$.

a) $f(x) = 7$	b) $f(x) = -2$	c) $f(x) = 2x$
d) $f(x) = 3x^2$	e) $f(x) = -4x^3$	f) $f(x) = -7x^5$
g) $f(x) = \frac{3}{5}x^4$	h) $f(x) = -\frac{2}{3}x^6$	i) $f(x) = -\frac{1}{4}x^8$
j) $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 4x - 1$	k) $f(x) = -2x^5 + 5x^3 - 3x^2 + 2$	l) $f(x) = 4x^7 + 3x^3 - 2x - 3$
m) $f(x) = \frac{1}{2x^2}$	n) $f(x) = -\frac{2}{7x^3}$	o) $f(x) = -\frac{3}{4x^5}$
p) $f(x) = \sqrt[3]{x}$	q) $f(x) = x\sqrt[4]{x^3}$	r) $f(x) = x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$
s) $f(x) = 2\sqrt[5]{x} - 3x + 1$	t) $f(x) = 3\sqrt[3]{x} - \frac{1}{3x^2} + 2$	u) $f(x) = \frac{1}{2x^3} + \frac{1}{3}\sqrt[3]{x} - \frac{1}{4x} - 1$
v) $f(x) = 2^x - x^2 + 2$	w) $f(x) = 5^x - 5x^3 - 3$	x) $f(x) = e^x + 2x^2 - 4x + 3$
y) $f(x) = 3\log x + x^2 - 2$	z) $f(x) = 5\ln x - 2x^3 + x$	aa) $f(x) = -2\ln x + 3x - 1$
bb) $f(x) = 3x^3e^x$	cc) $f(x) = x^2\ln x$	dd) $f(x) = -3e^x\ln x$
ee) $f(x) = \frac{x+1}{x+4}$	ff) $f(x) = \frac{2x-1}{3x+1}$	gg) $f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$
hh) $f(x) = \frac{\ln x}{x^3}$	ii) $f(x) = \frac{x^3}{\ln x}$	jj) $f(x) = \frac{x-2}{e^x}$
kk) $f(x) = \frac{e^x}{x^2+2}$	ll) $f(x) = \frac{xe^x}{2x^2+1}$	mm) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2x^2+1}$

Zadanie 2. Oblicz pochodną funkcji złożonej danej wzorem $h(x)$.

a) $h(x) = \sqrt{2x+3}$	b) $h(x) = \sqrt{x^3+2}$	c) $h(x) = \sqrt[3]{3x^2+1}$
d) $h(x) = \log_2(3x+2)$	e) $h(x) = \log(2x^2+1)$	f) $h(x) = \ln \frac{3}{x^2+1}$
g) $h(x) = e^{-3x+2}$	h) $h(x) = 2^{x^2+2x+3}$	i) $h(x) = 10^{2x^2+x}$
j) $h(x) = (2x+5)^{11}$	k) $h(x) = (x^2+3x+5)^{17}$	l) $h(x) = (e^x+4x+1)^8$

Odp. zad. 1 (można sprawdzić przy pomocy maximy online):

a) $f'(x) = 0$	b) $f'(x) = 0$	c) $f'(x) = 2$
d) $f'(x) = 6x$	e) $f'(x) = -12x^2$	f) $f'(x) = -35x^4$
g) $f'(x) = 2,4x^3$	h) $f'(x) = -4x^5$	i) $f'(x) = -2x^7$
j) $f'(x) = 8x^3 - 6x + 4$	k) $f'(x) = -10x^4 + 15x^2 - 6x$	l) $f'(x) = 28x^6 + 9x^2 - 2$
m) $f'(x) = -\frac{1}{x^3}$	n) $f'(x) = \frac{6}{7x^4}$	o) $f'(x) = \frac{15}{4x^6}$
p) $f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$	q) $f'(x) = \frac{7}{4\sqrt[4]{x^3}}$	r) $f'(x) = \frac{15}{8}\sqrt[8]{x^7}$
s) $f'(x) = \frac{2}{5\sqrt[5]{x^4}} - 3$	t) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{2}{3x^3}$	u) $f'(x) = -\frac{3}{2x^4} + \frac{1}{9\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{4x^2}$
v) $f'(x) = 2^x \ln 2 - 2x$	w) $f'(x) = 5^x \ln 5 - 15x^2$	x) $f'(x) = e^x + 4x - 4$
y) $f'(x) = \frac{3}{x \ln 10} + 2x$	z) $f'(x) = \frac{5}{x} - 6x^2 + 1$	aa) $f'(x) = -\frac{2}{x} + 3$
bb) $f'(x) = 9x^2 e^x + 3x^3 e^x$	cc) $f'(x) = 2x \ln x + x$	dd) $f'(x) = -3e^x \ln x - \frac{3e^x}{x}$
ee) $f'(x) = \frac{3}{(x+4)^2}$	ff) $f'(x) = \frac{5}{(3x+1)^2}$	gg) $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2}$
hh) $f'(x) = \frac{1 - 3 \ln x}{x^4}$	ii) $f'(x) = \frac{3x^2 \ln x - x^2}{\ln^2 x}$	jj) $f'(x) = \frac{-x+3}{e^x}$
kk) $f'(x) = \frac{e^x(x^2 - 2x + 2)}{(x^2 + 2)^2}$	ll) $f'(x) = \frac{e^x(2x^3 - 2x^2 + x + 1)}{(2x^2 + 1)^2}$	mm) $f'(x) = \frac{10x^2 + 1}{2\sqrt{x}(2x^2 + 1)^2}$

Odp. zad. 2:

a) $h'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+3}}$	b) $h'(x) = \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3+2}}$	c) $h'(x) = \frac{2x}{\sqrt[3]{(3x^2+1)^2}}$
d) $h'(x) = \frac{3}{(3x+2) \ln 2}$	e) $h'(x) = \frac{4x}{(2x^2+1) \ln 10}$	f) $h'(x) = \frac{-2x}{x^2+1}$
g) $h'(x) = -3e^{-3x+2}$	h) $h'(x) = \ln 2 (x+1) 2^{x^2+2x+4}$	i) $h'(x) = (\ln 10)(4x+1) 10^{2x^2+x}$
j) $h'(x) = 22(2x+5)^{10}$	k) $h'(x) = 17(2x+3)(x^2+3x+5)^{16}$	l) $h'(x) = 8(e^x+4)(e^x+4x+1)^7$

Zadanie 3. Wykonaj badanie przebiegu zmienności funkcji $f(x)$.

$$f(x) = xe^{-x}, \quad f(x) = \frac{x}{\ln x}, \quad f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1, \quad f(x) = x - \frac{1}{x}, \quad f(x) = e^{2x+1},$$

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}, \quad f(x) = x^3 - x^2, \quad f(x) = \frac{x}{1-x^2}, \quad f(x) = \frac{x}{1+x^2}, \quad f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}.$$

Podp.: Wynik można sprawdzić przez porównanie z wykresem wykonanym przy użyciu arkusza kalkulacyjnego lub maximy.

dr Anna Rajfura