

Zadania ZMIENNE LOSOWE

Zad. 1. Rozkład zmiennej losowej X określony jest następująco:

wartość x_i	-3	1	4	7
pstwo p_i	0,2	0,1	p_3	0,4

Oblicz: a) p_3 , b) EX , c) D^2X , d) DX .

Narysuj wykres funkcji rozkładu p-stwa, narysuj wykres dystrybuanty.

Odp.: a) 0,3, b) 3,5, c) 14,05, d) ok. 3,75.

Zad. 2. Rozkład zmiennej losowej Y określony jest następująco:

wartość y_i	0	1	2	3
pstwo p_i	p_1	0,2	0,1	0,2

Oblicz: a) p_1 , b) wartość średnią zmiennej losowej, c) wariancję zmiennej losowej, d) odchylenie standardowe zmiennej losowej. Narysuj wykres funkcji rozkładu p-stwa, narysuj wykres dystrybuanty.

Odp.: a) 0,5, b) 1, c) 1,4. d) ok. 1,18.

Zad. 3. Dany jest wzór dystrybuanty F_X zmiennej losowej X :

$$F_X(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t \in (-\infty; -2) \\ 0,2 & \text{dla } t \in \langle -2; 0 \rangle \\ 0,5 & \text{dla } t \in \langle 0; 1 \rangle \\ 0,8 & \text{dla } t \in \langle 1; 2 \rangle \\ 1 & \text{dla } t \in \langle 2; +\infty \rangle \end{cases}$$

- a) Wykonaj wykres F_X .
- b) Zapisz rozkład zm. los. X w tabeli.
- c) Oblicz p-stwo zdarzenia, że X przyjmie wartość nie mniejszą niż 1.
- d) Oblicz średnią wartość zm.los. X .
- e) Oblicz odchylenie standardowe zm.los. X .

Odp.: c) 0,5, d) 0,3, e) $\sqrt{1,82} \approx 1,35$.

Zad. 4.** Wyznacz x_2, p_1, p_3 , tak, aby tabelka określała rozkład zmiennej losowej X , jeśli wiadomo, że $EX=6$, a $D^2X=14$.

wartość x_i	0	x_2	10
pstwo p_i	p_1	0,4	p_3

Odp.: $x_2=5, p_1=0,2, p_3=0,4$.

W zad. 5, 6 do obliczenia p-stwa zastosuj wzór: $P(X = k) = \frac{n!}{(n-k)!k!} p^k (1-p)^{n-k}$

Zad. 5.** Podaj rozkład liczby szóstek w trzykrotnym rzucie symetryczną kostką do gry.

Zad. 6.** Podaj rozkład liczby orłów w dwukrotnym rzucie symetryczną monetą.

Zadania ZMIENNE LOSOWE

Zad. 7. Zmienna losowa Z ma rozkład normalny standardowy. Podaj pstwo zdarzenia, że Z przyjmie wartość dodatnią. Przedstaw interpretację graficzną zdarzenia losowego oraz prawdopodobieństwa tego zdarzenia.

Odp.: 0,5

Zad. 8. Zmienna losowa Z ma rozkład normalny ze średnią 0 i wariancją 1. Oblicz pstwo zdarzenia, że Z przyjmie wartość:

- a) nie większą niż 0,47,
- b) większą niż 0,53,
- c) nie większą niż -1,58,
- d) między -1,95 a 0,25.

Wyniki zapisz w postaci dziesiętnej z dokładnością do trzeciego miejsca po przecinku. Przedstaw interpretację graficzną zdarzenia losowego oraz prawdopodobieństwa tego zdarzenia.

Odp.: a) 0,681, b) 0,298, c) 0,057, d) 0,573.

Zad. 9. Zmienna losowa Z ma rozkład normalny standardowy. Oblicz pstwo zdarzenia, że Z przyjmie wartość:

- a) nie większą niż 0,23,
- b) większą niż 0,41,
- c) nie większą niż -2,01,
- d) między -1,15 a 0,85.

Wyniki zapisz w postaci dziesiętnej z dokładnością do drugiego miejsca po przecinku. Przedstaw interpretację graficzną zdarzenia losowego oraz prawdopodobieństwa tego zdarzenia.

Odp.: a) 0,59, b) 0,34, c) 0,02, d) 0,68.

Zad. 10. Zmienna losowa X ma rozkład normalny ze średnią 8 i wariancją 4. Podaj pstwo zdarzenia, że X przyjmie wartość mniejszą niż 8. Przedstaw interpretację graficzną zdarzenia losowego oraz prawdopodobieństwa tego zdarzenia.

Odp.: 0,5

Zad. 11. Zmienna losowa Y ma rozkład normalny ze średnią 15 i wariancją 4. Podaj pstwo zdarzenia, że Y przyjmie wartość:

- a) między 9 a 21, b) między 11 a 19, c) między 13 a 17.

Wyniki zapisz w postaci procentowej. Przedstaw interpretację graficzną zdarzenia losowego oraz prawdopodobieństwa tego zdarzenia.

Odp.: a) 99,7 %, b) 95%, c) 68%.

Zadania ZMIENNE LOSOWE

Zad. 12. Zmienna losowa X ma rozkład normalny ze średnią 18 i wariancją 16. Podaj p-stwo zdarzenia, że X przyjmie wartość:

a) między 15 a 20, b) między 6 a 42.

Wyniki zapisz w postaci procentowej. Przedstaw interpretację graficzną zdarzenia losowego oraz prawdopodobieństwa tego zdarzenia.

Odp.: a) 46,5 %, b) 99,9%.

Zad. 13*. Długość piór ogonowych pawia ma rozkład normalny ze średnią 65 cm i odchyleniem standardowym 5 cm. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że losowo wzięte pióro będzie: a) krótsze niż 54 cm, b) dłuższe niż 64 cm.

Wyniki zapisz w postaci dziesiętnej z dokładnością do czwartego miejsca po przecinku. Przedstaw interpretację graficzną zdarzenia losowego oraz prawdopodobieństwa tego zdarzenia.

Odp.: a) 0,0139 b) 0,5793.

Zad. 14*. Długość łodygi pewnego gatunku roślin ma rozkład normalny ze średnią 70 cm i wariancją 27,04 cm². Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana roślina ma łodygę o długości: a) co najwyżej 68 cm, b) co najmniej 72 cm.

Wyniki zapisz w postaci dziesiętnej z dokładnością do trzeciego miejsca po przecinku. Przedstaw interpretację graficzną zdarzenia losowego oraz prawdopodobieństwa tego zdarzenia.

Odp.: a) 0,352 b) 0,352.

Zad. 15*. Masa ciała dorosłego chomika ma rozkład normalny ze średnią 20 g i odchyleniem standardowym 2 g. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że losowo zakupiony chomik osiągnie wielkość:

a) powyżej 25,66 g,

b) co najwyżej 16,48 g.

Wyniki zapisz w postaci procentowej z dokładnością do drugiego miejsca po przecinku. Przedstaw interpretację graficzną zdarzenia losowego oraz prawdopodobieństwa tego zdarzenia.

Odp.: a) 0,23% b) 3,92%.

Zad. 16.** Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na odcinku $\langle 2, 6 \rangle$. Wykonaj polecenia:

a) zapisz wzór funkcji gęstości,

b) oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że $X \in \langle 3; 3,5 \rangle$.

Odp.: a) $f(x) = \begin{cases} 0,25 & \text{dla } x \in \langle 2, 6 \rangle \\ 0 & \text{dla } x \notin \langle 2, 6 \rangle \end{cases}$, b) 0,125.

Zad. 17.** Funkcja gęstości zmiennej losowej X określona jest wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{dla } x \geq 0 \\ 0 & \text{dla } x < 0 \end{cases} .$$

Wykonaj polecenia:

- a) narysuj wykres funkcji gęstości,
- b) na rysunku wykonanym w punkcie a) przedstaw graficznie pstwo zdarzenia, że $X \in \langle 0; 1 \rangle$,
- c) oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że $X \in \langle 0; 1 \rangle$.

Odp.: c) $1 - \frac{1}{e}$.

dr Anna Rajfura