ZADANIA - CAŁKA OZNACZONA DO OBLICZANIA POLA OBSZARU

UWAGA. Zachodzi wzór: $\int ln\,x \quad dx = x\,ln\,x - x + c, \quad c \in R$

Polecenie do poniższych zadań: W układzie współrzędnych zaznacz obszar ograniczony z góry wykresem funkcji $f(x)$, z dołu prostą $y = 0$, z lewej i prawej odpowiednio danymi prostymi. Oblicz pole tego obszaru. Podaj wartość dokładną oraz przybliżoną z dokładnością do drugiego miejsca po przecinku.

Zad. 1. $f(x) = x^2 - 2x + 2$, $x = -1$, $x = 2$

Zad. 2. $f(x) = -2x^2 + 2x + 16$, $x = -1$, $x = 2$

Zad. 3. $f(x) = \sqrt{x}$, $x = 9$, $x = 16$

Zad. 4. $f(x) = 2^x$, $x = -2$, $x = -1$

Zad. 5. $f(x) = e^x$, $x = -2$, $x = 2$

Zad. 6. $f(x) = \frac{1}{x}$, $x = 1$, $x = e^2$

Zad. 7. $f(x) = \ln x$, $x = e$, $x = e^3$

Odpowiedzi:

1) 6, 2) 45, 3) $24\frac{2}{3} \approx 24{,}67$, 4) $\frac{1}{4\,ln\,2} \approx 0{,}36$, 5) $e^2 - \frac{1}{e^2} \approx 7{,}25$, 6) 2, 7) $2e^3 \approx 40{,}17$.

Polecenie do poniższych zadań: W układzie współrzędnych zaznacz obszar położony między wykresem danej funkcji $f(x)$ a prostą $y = 0$ oraz z lewej i prawej ograniczony danymi prostymi. Oblicz pole tego obszaru. Podaj wartość dokładną oraz przybliżoną z dokładnością do jednego miejsca po przecinku.

UWAGA. Jeśli obszar położony jest pod osią OX, czyli z dołu ograniczony wykresem funkcji $f(x)$ dla x z zakresu od a do b, to jego pole obliczamy ze wzoru

$$P = \int_a^b [-f(x)] \; dx$$

Zad. 8. $f(x) = -x^2 - 6x - 10$, $x = 0$, $x = 2$

Zad. 9. $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x$, $x = -2$, $x = 1$

Zad. 10. $f(x) = x^2 - x$, $x = -2$, $x = 1$

Zad. 11. $f(x) = \frac{1}{x}$, $x = -e^2$, $x = -1$

Zad. 12. $f(x) = \ln x$, $x = 0{,}5$, $x = 1$

Zad. 13. $f(x) = \ln x$, $x = 1/e$, $x = 4$

Odpowiedzi:

8) $34\frac{2}{3} \approx 34{,}7$ 9) $2\frac{7}{12} \approx 2{,}6$ 10) $4\frac{5}{6} \approx 4{,}8$ 11) 2 12) $\frac{1 - ln\,2}{2} \approx 0{,}2$ 13) $4ln4 - \frac{2}{e} - 2 \approx 2{,}8$

Polecenie do poniższych zadań: W układzie współrzędnych zaznacz obszar położony między wykresami funkcji $f(x)$, $g(x)$. Oblicz pole tego obszaru. Podaj wartość dokładną oraz przybliżoną (z dokładnością do jednego miejsca po przecinku).

UWAGA. Jeśli obszar z góry jest ograniczony wykresem funkcji $f(x)$, a z dołu wykresem $g(x)$, to jego pole obliczamy ze wzoru:

$$P = \int_{c1}^{c2} [f(x) - g(x)]\ dx$$

gdzie $c1$, $c2$ są x-owymi współrzędnymi (odciętymi) punktów przecięcia obu wykresów, $c1 < c2$.

Zad. 14. $f(x) = x + 3$, $g(x) = 2x^2 - 4x + 3$

Zad. 15. $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = -x + 2{,}5$

Odpowiedzi: 14) $5\frac{5}{24} \approx 5{,}2$ 15) $1\frac{7}{8} - 2\ln 2 \approx 0{,}5$

dr Anna Rajfura