

Zadania - MACIERZ ODWROTNA, ROZWIĄZYWANIE UKŁADU RÓWNAŃ

Zadanie 1. Dla danej macierzy wyznacz macierz odwrotną (o ile istnieje).

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 12 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \quad E2 = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -4 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Odpowiedzi: D^{-1} , E^{-1} , $E2^{-1}$ nie istnieją,

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{4} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix} \quad C^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12} \end{bmatrix} \quad F^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \end{bmatrix}$$
$$H^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ -\frac{1}{3} & 1\frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad L^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad N^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{5}{6} & -\frac{1}{6} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \end{bmatrix} \quad P^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -1 \\ -5 & 6 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Zadanie 2. Dany układ równań przedstaw w postaci macierzowej (zapisz macierz układu, wektor niewiadomych, wektor prawych stron oraz równanie macierzowe).

Wyznacz macierz odwrotną do macierzy układu. Rozwiąż układ wykorzystując macierz odwrotną. Sprawdź poprawność wyniku wykonując odpowiednie działania na macierzach. Wskazówka: wykorzystaj wyniki dla macierzy: A , N , P z zadania 1.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 = 8 \\ 4x_1 - 4x_2 = 20 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = -3 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} -3x_1 + x_2 = 7 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ x_1 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

Odpowiedzi: a) $\mathbf{x}^T = [3, -2]$, b) $\mathbf{x}^T = [1, -3, 2]$, c) $\mathbf{x}^T = [-2, 1, 3]$.

Zadanie 3*. Dany układ równań przedstaw w postaci macierzowej (zapisz macierz układu, wektor niewiadomych, wektor prawych stron oraz równanie macierzowe).

Wyznacz macierz odwrotną do macierzy układu. Rozwiąż układ wykorzystując macierz odwrotną. Sprawdź poprawność wyniku wykonując odpowiednie działania na macierzach. Zadanie wykonaj w programie *Maxima-online*.

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = -4 \\ -x_1 + x_3 - x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + x_4 = 8 \end{cases}$$

Odpowiedź:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 1 & 0,5 \\ 0,5 & -1 & -3 & -0,5 \\ 0,5 & -2 & -4 & -0,5 \\ 0,5 & -2,5 & -6 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}^T = [3, -2, 1, -3].$$

Zadania - MACIERZ ODWROTNA, ROZWIĄZYWANIE UKŁADU RÓWNAŃ

Wyznaczanie macierzy odwrotnej z zastosowaniem programu *Maxima-online*

Przykład. Wyznacz macierz A^{-1} dla

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Instrukcje w oknie poleceń

```
A: matrix ( [3, -1, 3], [-2, 1, 2], [-1, 1, -1] );  
invert(A);
```

Clic

Wynik: $\begin{bmatrix} 3/8 & -1/4 & 5/8 \\ 1/2 & 0 & 3/2 \\ 1/8 & 1/4 & -1/8 \end{bmatrix}$

W oknie instrukcji można wprowadzić nazwę macierzy, np. **A** – jak wyżej. Po dwukropku należy wpisać słowo **matrix**, po którym w nawiasach okrągłych wprowadza się kolejne wiersze macierzy – każdy wiersz we własnych nawiasach kwadratowych. Elementy wiersza, a także poszczególne wiersze rozdziela się przecinkami. Na końcu linii z nazwą macierzy należy wstawić średnik.

Macierz odwrotną oblicza instrukcja **invert**. Po wpisaniu nazwy instrukcji, w nawiasach okrągłych wprowadza się nazwę macierzy lub bezpośrednio macierz. Na końcu linii z instrukcją należy wstawić średnik. Obliczenia uruchamia się przyciskając **CLIC** umieszczony pod oknem instrukcji.

dr Anna Rajfura